

3. IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I
23. februar 2010

1. Delca s spinoma $1/2$, sklopljena s Heisenbergovo sklopitvijo $H = J\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$, sta ob $t = 0$ v stanju $S_{1z}|\psi\rangle = \frac{\hbar}{2}|\psi\rangle$ in $S_{2z}|\psi\rangle = -\frac{\hbar}{2}|\psi\rangle$.
 - (a) Zapiši valovno funkcijo $|\psi\rangle$ v produktni bazi in v bazi z dobrima kvadratom velikosti in komponento z skupnega spina obeh delcev.
 - (b) Izračunaj pričakovani vrednosti in nedoločenosti kvadrata velikosti in komponente z skupnega spina v tem stanju.
 - (c) Kateri so možni rezultati meritve energije sistema obeh delcev ob $t = 0$? S kolikšno verjetnostjo nastopi vsak od teh rezultatov? Kakšen rezultat dobimo, če meritev energije ponovimo ob $t > 0$?
2. Elektron se giblje v dvodimenzionalnem harmonskem potencialu

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{k\mathbf{r}^2}{2} = \hbar\omega (a_x^\dagger a_x + a_y^\dagger a_y + 1).$$

Ob $t = 0$ je elektron v koherentnem stanju $|\psi\rangle = |\psi_x\rangle|\psi_y\rangle$, $a_x|\psi_x\rangle = \lambda|\psi_x\rangle$ in $a_y|\psi_y\rangle = i\lambda|\psi_y\rangle$, kjer je λ realno število.

- (a) Pokaži, da če sta valovni funkciji $\psi_1(x, t)$ in $\psi_2(y, t)$ rešitvi enodimenzionalnih časovno odvisnih Schrödingerjevih enačb s Hamiltonianoma $H_1(x)$ in $H_2(y)$, potem je njun produkt $\psi_1(x, t)\psi_2(y, t)$ rešitev časovno odvisne Schrödingerjeve enačbe s Hamiltonianom $H = H_1(x) + H_2(y)$.
- (b) Izračunaj časovni razvoj valovne funkcije elektrona. Namig: uporabi časovni razvoj koherentnega stanja enodimenzionalnega harmonskega oscilatorja.
- (c) Po kakšnem tiru se giblje pričakovana vrednost položaja elektrona $\langle \mathbf{r} \rangle$?