

## Valovni paket II

Jure Grbec  
13. marec 2008

### Naloga:

Izračunaj časovni razvoj valovnega paketa za delec, ki se giblje v konstantnem potencialu.

### Rešitev:

Če začnemo s poljubno valovno funkcijo  $|\psi\rangle = \sum_k C_k |\psi_k\rangle$ , lahko njen časovni razvoj

zapišemo kot:  $|\psi, t\rangle = \sum_k C_k e^{-i \frac{E_k}{\hbar} t} |\psi_k\rangle$  Pri tem je  $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ . Vsoto lahko zaradi zveznosti

zapišemo tudi kot integral. Tako pridemo do uporabne oblike:

$$\Psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} C_k e^{ikx} e^{-i \frac{E_k}{\hbar} t} dk$$

$C_k$  lahko izračunamo tako, da izračunamo  $\Psi(x, 0)$ .

$$\Psi(x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} C_k e^{ikx} dk$$

Pozorni bralec prepozna v tej enačbi Fourierjevo transformacijo, tako lahko preprosto izračunamo  $C_k$  z inverzno Fourierjevo transformacijo:

$$\begin{aligned} C_k &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x, 0) e^{-ikx} dx = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{4\sigma^2}} e^{-ikx} dx \end{aligned}$$

Integral lahko izračunamo in pridemo do:

$$C_k = \sqrt[4]{\frac{\sigma^2}{2\pi^3}} e^{-k^2 \sigma^2}$$

Vstavimo vse v  $\Psi(x, t)$  in dobimo:

$$\begin{aligned} \Psi(x, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt[4]{\frac{\sigma^2}{2\pi^3}} e^{-k^2 \sigma^2} e^{ikx} e^{-i\frac{k^2}{2m}t} dk = \\ &= \sqrt[4]{\frac{\sigma^2}{2\pi^3}} e^{-\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{k^2(-\sigma^2 - i\frac{t}{2m}) + ikx} dk = \\ &= \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi\sigma^2} \sqrt{1 + i\frac{t}{2m\sigma^2}}} e^{\frac{x^2}{4} \frac{\sigma^2 + i\frac{t}{2m}}{2m}} \end{aligned}$$