

## 2. KOLOKVIJ IZ KVANTNE MEHANIKE I

19. maj 2008

1. Delec se nahaja v osnovnem stanju enodimenzionalne neskončne potencialne jame s širino  $a$ . Ob  $t = 0$  vkopimo šibko motnjo

$$V(t) = \begin{cases} \lambda\theta(x), & t > 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases}$$

kjer je  $\theta(x)$  Heavisideova funkcija. Predpostavi, da je  $\lambda > 0$ .

- (a) Zapiši lastne energije in lastne funkcije neskončne potencialne jame.
  - (b) Kolikšna je verjetnost, da se ob  $t = \tau$  delec nahaja v prvem vzbujenem stanju? Računaj v prvem redu perturbacije.
  - (c) Kolikšna pa je verjetnost, da se ob  $t = \tau$  delec nahaja v prvem vzbujenem stanju, če smo ob  $t = \frac{\tau}{2}$  opravili meritev, kjer smo ugotovili, da se delec z gotovostjo nahaja ali v osnovnem ali pa v prvem vzbujenem stanju, samega rezultata te meritve (to je, ali se nahaja v osnovnem ali v prvem vzbujenem stanju) pa ne poznamo. Primerjaj z rezultatom naloge (b), če je  $\tau$  bistveno krajši od značilnega časa problema. Računaj spet v prvem redu perturbacije.
2. Delec s spinom  $1/2$  se giblje v dvodimenzionalnem izotropnem harmonskem potencialu

$$H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\mathbf{r}^2.$$

Na magnetni moment delca deluje tudi šibko magnetno polje  $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \lambda(x^2 - y^2, -2xy)$

$$V = \frac{g\mu_B}{\hbar} \mathbf{S} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}),$$

$$H = H_0 + V.$$

Izračunali bi radi, kako se v prvem redu perturbacije razcepi prvo vzbujeno stanje sistema zaradi motnje  $V$ .

- (a) Določi energijo in degeneracijo ter zapiši produktno bazo prvega vzbujenega stanja sistema brez magnetnega polja.
- (b) Pokaži, da motnja  $V$  komutira z operatorjem  $P_y S_x$ , kjer operator  $P_y$  prezrcali koordinatni prostor čez os  $x$

$$P_y : y \rightarrow -y,$$

$S_x$  pa je komponenta  $x$  spina delca.

- (c) Poišči take linearne kombinacije produktnih baznih funkcij, ki so tudi lastne funkcije operatorja  $P_y S_x$ . Namig: Deluj z operatorjem na vsako od produktnih baznih funkcij.
- (d) Pokaži, da so matrični elementi motnje med stanji z različnimi lastnimi vrednostmi operatorja  $P_y S_x$  enaki 0.
- (e) V prvem redu perturbacije izračunaj popravke lastnih energij in nove lastne funkcije za stanja z lastno vrednostjo operatorja  $P_y S_x$  enako  $\frac{\hbar}{2}$ .
- (f) Pokaži, da motnja  $V$  antikomutira z operatorjem  $S_z$ . Kaj lahko na osnovi tega dejstva poveš o stanjih z lastno vrednostjo operatorja  $P_y S_x$  enako  $-\frac{\hbar}{2}$ ? Namig: Obravnavaj stanja  $S_z |\psi\rangle$ , kjer je  $|\psi\rangle$  ena od lastnih funkcij iz točke (e).