Fizika trdne snovi, domača naloga

Tuneliranje na stiku NIS

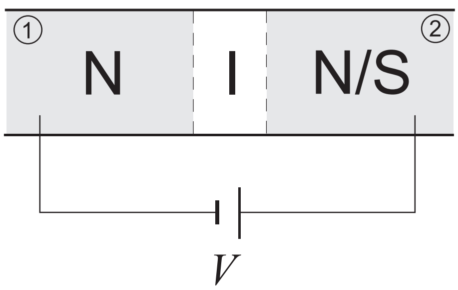
Samo Ratnik (28010615), matematično-fizikalna smer

Naloga

Opiši tunelske tokove (ang. *tunneling currents*) na stiku NIN in NIS v okviru polprevodniškega modela.

Rešitev

Fenomenologija.
Stika NIN in NIS sta preprosto stika dveh kovin, ki jo ločuje (tanka) plast izolatorja ("I"). To naredimo tako, da recimo naparimo na robova kovin nek oksid in ju potem staknemo skupaj. Črka "N" označuje kovino v normalnem stanju, črka "S" pa v superprevodnem. Če je plast izolatorja dovolj tanka, lahko elektroni tunelirajo skozi to plast iz ene kovine v drugo (to matematično povedano pomeni, da obstaja neničelna kvantnomehanska verjetnost za prenos naboja preko plasti izolatorja). Ko sta kovini v termodinamskem ravnovesju, sta kemijska potenciala na obeh straneh enaka—tokov tedaj ni. Če priključimo tak stik na izvor (enosmerne) napetosti, pa ta povzroči razliko v kemijskem potencialu, česar posledica so tunelski tokovi.



Slika 1: Shema stika NIN oz. NIS. Tako poimenovanje (ponavadi) zasledimo tudi v angleških člankih, le da stik nadomestimo z "junction".

Polprevodniški model.
Opisan eksperiment je bil zasnovan z namenom preveriti rezultate teorije BCS[1], ki je mikroskopska teorija superprevodnosti. Kot bomo videli, lahko s takim eksperimentom učinkovito merimo dve

[1]Bardeen, Cooper, Schrieffer.

pomembni količini in sicer gostoto stanj v superprevodniku in pa temperaturno odvisnost energijske vrzeli v njem.
Energijska vrzel je del fenomenološkega opisa superprevodnikov, ki mu pravimo *polprevodniški model*. Ker je podlaga zanj (za naš nivo precej prezahtevna) teorija BCS, moramo nekatere predpostavke modela navesti brez konkretne utemeljitve. V polprevodniškem modelu superprevodnik predstavimo kot polprevodnik—uvedemo torej energijsko vrzel, v kateri so stanja prepovedana. Tunelski prehodi, ki jih želimo opisati bodo tako horizontalni—nastopali bodo pri konstantni energiji kot posledica razlik v kemijskih potencialih. Zaradi dejstva, da elektroni v superprevodniku nastopajo v Cooperjevih parih, lahko za tokove pišemo

$$I \propto |\mathsf{T}|^2 \,,$$

kjer je T matrični element za tuneliranje čez izolator[2], torej verjetnost za prehod. Tako tok z leve na desno zapišemo

$$I_{1\to 2} = A \int_{-\infty}^{\infty} g_1(E)\, f(E)\, |\mathsf{T}|^2\, g_2(E+eV)\, \Big(1 - f(E+eV)\Big)\, \mathrm{d}E \,,$$

pri čemer je A sorazmernostni koeficient (normalizacija), g sta gostoti stanj in f Fermijeva funkcija. V zgornjem izrazu nastopajo tri verjetnosti in sicer predstavlja $g_1(E)\, f(E)$ št. prostih elektronov na levi, $g_2(E+eV)\Big(1-f(E+eV)\Big)$ pa št. prostih mest na desni, kamor elektroni lahko tunelirajo. Tretja verjetnost je že omenjen matrični element. Tok v obratni smeri je

$$I_{2\to 1} = A \int_{-\infty}^{\infty} g_1(E)\, \Big(1 - f(E)\Big)\, |\mathsf{T}|^2\, g_2(E+eV)\, f(E+eV)\, \mathrm{d}E \,.$$

Celotni tok je tedaj razlika

$$\boxed{I = I_{1\to 2} - I_{2\to 1} = A\, |\mathsf{T}|^2 \int_{-\infty}^{\infty} g_1(E)\, g_2(E+eV)\, \Big(f(E) - f(E+eV)\Big)\, \mathrm{d}E}\,.$$

Stik NIN.
V kovini imamo konstantno gostoto stanj v energijskem področju od $E = 0$ do $E = \mu_i$ (slika 2). Zatorej lahko tok zapišemo kot

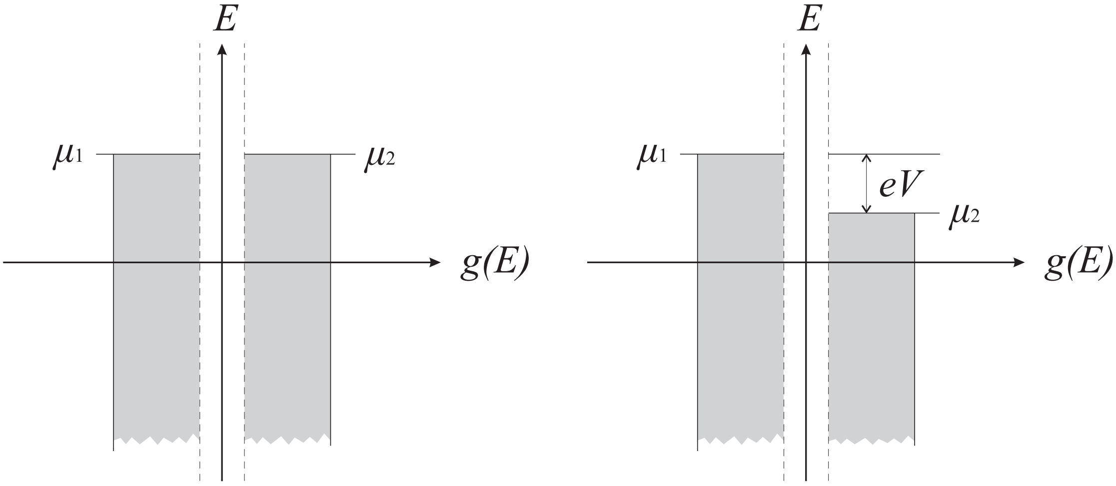
$$I_{\mathrm{NN}} = A\, |\mathsf{T}|^2 g_1^N(0)\, g_2^N(0)\, \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \Big(f(E) - f(E+eV)\Big)\, \mathrm{d}E}_{=eV} \,.$$

Integral na desni je razlika dveh Fermijevih funkcij. Pri temperaturi $T = 0$ sta to kar step funkciji, razmaknjeni za eV. Ker je višina enaka ena, ugotovimo, da je integral enak kar eV. Pišemo lahko torej

$$I_{\mathrm{NN}} = A\, |\mathsf{T}|^2 g_1^N(0)\, g_2^N(0),\ e\, V = G_{\mathrm{NN}} V \,.$$

Odvisnost toka od napetosti je linearna, kar nas sploh ne preseneča. Koeficient G_{NN} imenujemo prevodnost.

[2]Spet fenomenološke narave in predstavlja lastnosti materiala, ko so sestava, debelina itn.



Slika 2: Stik NIN. Levo v termodinamskem ravnovesju in desno pri aplicirani napetosti. Kakor hitro se kemijski potencial na levi dvigne malce nad desnega, se pojavijo tunelski tokovi, ki so sorazmerni potencialni razliki.

Stik NIS.
Gostota stanj v superprevodniku pa je odvisna od energije. Pišemo

$$I_{\mathrm{NS}} = A|\mathsf{T}|^2 g_1^N(0) \int_{-\infty}^{\infty} g_2^S(E)\Big(f(E)-f(E+eV)\Big)\mathrm{d}E = \frac{G_{\mathrm{NN}}}{e}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g_2^S(E)}{g_2^N(0)}\Big(f(E)-f(E+eV)\Big)\mathrm{d}E =$$

$$= \frac{G_{\mathrm{NN}}}{e}\int_0^{eV} \frac{g_2^S(E)}{g_2^N(0)}\,\mathrm{d}E\,.$$

Sedaj potegnemo iz rokava še en rezultat teorije BCS, ki ga tukaj ne moremo utemeljiti in sicer, da je iskano razmerje (slika 3)

$$\frac{g_2^S(E)}{g_2^N(0)} = \begin{cases} \frac{E}{\sqrt{E^2-\Delta_0^2}} & \mid\ E > \Delta_0 \\ 0 & \mid\ E < \Delta_0 \end{cases}\quad,$$

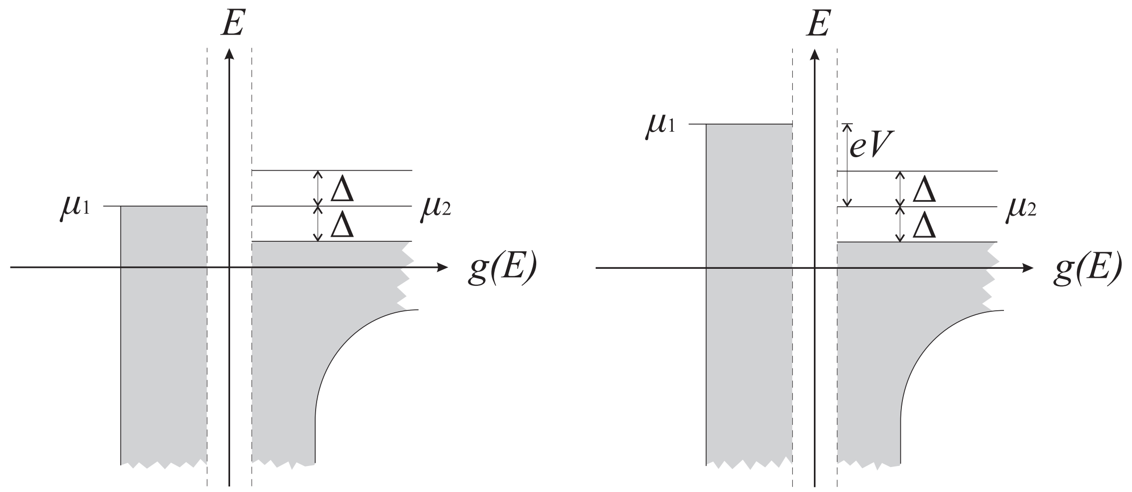
kjer je Δ_0 energijska vrzel pri temperaturi $T = 0$. Integral je tedaj

$$\boxed{I_{\mathrm{NS}} = \frac{G_{\mathrm{NN}}}{e}\int_{\Delta_0}^{eV} \frac{E}{\sqrt{E^2-\Delta_0^2}}\,\mathrm{d}E = \frac{G_{\mathrm{NN}}}{e}\sqrt{(eV)^2-\Delta_0^2}}\,.$$

Kaj opazimo? Očitno mora biti produkt eV večji od energijske vrzeli, da dobimo realni tok. Dokler ta pogoj ni dosežen, stik torej ne prevaja. Za večje napetosti pa bo odvisnost spet prehajala k linearni (slika 4). Pri $T > 0$ dobimo prevajanje že prej. To je posledica dejstva, da v tem primeru Fermijeva funkcija ni več škatlasta in so zato v kovini nekoliko zasedena tudi stanja, ki so višja od μ_1 (glej sliko 3, desno).
Oglejmo si še diferencialno prevodnost G_{NS}. To definiramo kot

$$G_{\mathrm{NS}} = \frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{NS}}}{\mathrm{d}V} = e\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{NS}}}{\mathrm{d}(eV)} = G_{\mathrm{NN}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g_2^S(E)}{g_2^N(0)}\left(\frac{-f(E+eV)}{eV}\right)\mathrm{d}E$$

Odvod Fermijeve funkcije v integralu (pri poljubni temperaturi) je neka zvončasta krivulja s centrom v eV in s širino, ki je sorazmerna s k_BT. Ker je njen integral enak 1, bo v limiti $T \to 0$

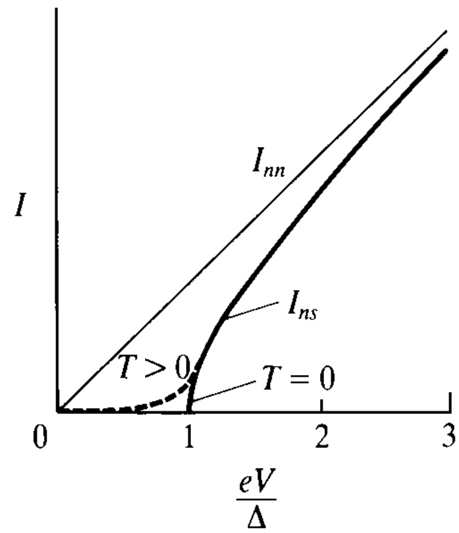


Slika 3: Stik NIS. Levo v termodinamskem ravnovesju in desno pri aplicirani napetosti. Razlika v kemijskih potencialih mora biti večja kot je energijska vrzel, da dobimo prevajanje.

prehajala v delta funkcijo. Zatorej pišemo

$$\lim_{T\to 0} G_{\mathrm{NS}} = G_{\mathrm{NN}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g_2^S(E)}{g_2^N(0)}\, \delta(E - eV)\, \mathrm{d}E = G_{\mathrm{NN}} \frac{g_2^S(e|V|)}{g_2^N(0)}\,.$$

Kot smo napovedali že na začetku imamo sedaj način za neposredno merjenje gostote stanj v superprevodniku preko diferencialne upornosti.



Slika 4: Opisani tokovi. Stik NIS začne pri $T = 0$ prevajati šele, ko napetost doseže velikost Δ_0/e. Pri večjih temperaturah je prevajanje prej posledica zasedenosti stanj, ki ležijo po energiji višje od μ_1.

Literatura

[1] Tinkham, M (1996) *Introduction to superconductivity*, 2^{nd} *ed.* New York: McGraw-Hill, Inc.