Fizika trdne snovi
2007/08

Ferimagnet

Vid Agrež

22. april 2008

Ferimagnetna snov vsebuje atome z nasprotno urejenimi spini a različnih velikosti. Ima dve ali več spinskih podmrež. Primer je magnetit Fe_3O_4 oziroma $FeO \cdot Fe_2O_3$, ki ima dve spinski podmreži. Eno predstavljajo ioni Fe^{3+} s spinom 5/2 in jo označimo z A. Druga (B) pa je sestavljena iz Fe^{3+} s spinom 5/2 in Fe^{2+} ionov s spinom 2. V takem sistemu so vsi sklopitveni koeficienti J_{AA}, J_{AB} in J_{BB} negativni. To pomeni, da imamo tri antiferomagnetne interakcije. Izkaže se, da je AB interakcija najmočnejša in vsili stanje, v katerem so spini A med seboj vzporedno poravnani. Enako velja za spine podmreže B, samo da so ti usmerjeni v nasprotno smer kot spini A. Tako smo iz treh antiferomagnetnih interakcij dobili feromagnetno snov. Da resnično pride do takšne poravnave dokažemo z naslednjim računom. Povprečni polji, ki delujeta na posamezno mrežo zapišemo kot:

$$\mathbf{B}_A = -\mu_0 \lambda \mathbf{M}_A - \mu_0 \mu \mathbf{M}_B \ , \quad \mathbf{B}_B = -\mu_0 \mu \mathbf{M}_A - \mu_0 \nu \mathbf{M}_B \tag{1}$$

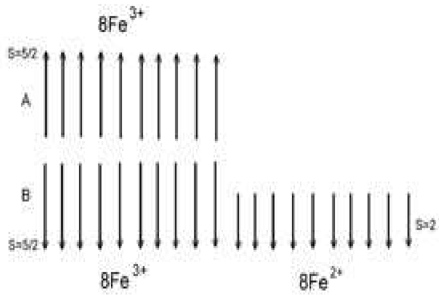
kjer so λ, μ, ν pozitivne konstante povprečnega polja. Z negativnimi predznaki upoštevamo antiparalelno ureditev. Energija takšne interakcije je tako:

$$U = -\frac{1}{2}(\mathbf{B}_A \cdot \mathbf{M}_A + \mathbf{B}_B \cdot \mathbf{M}_B) = \frac{1}{2}(\mu_0 \lambda M_A^2 + 2\mu_0 \mu \mathbf{M}_A \mathbf{M}_B + \mu_0 \nu M_B^2) \tag{2}$$

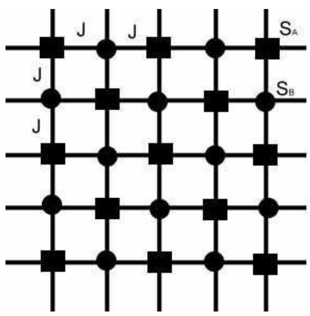
Od tod sledi, da mora za minimalno energijo veljati:

$$\mu_0 \mu \mathbf{M}_A \mathbf{M}_B \ < \ 0 \tag{3}$$

oziroma, da sta magnetizaciji $\mathbf{M}_A$ in $\mathbf{M}_B$ nasprotnega predznaka.



Slika 1: *Slika dveh spinskih podmrež A in B v magnetitu.*



Slika 2: *Enostavna skica dveh spinskih podmrež A in B*

1 Susceptibilnost ferimagneta

Pri računu susceptiblinosti bomo uporabili približek povprečnega polja (MFA) in zaradi enostavnosti zanemarili vse prispevke interakcij AA in BB. Tako sta enačbi(1):

$$\mathbf{B}_A = -\mu_0 \mu \mathbf{M}_B \ , \quad \mathbf{B}_B = -\mu_0 \mu \mathbf{M}_A \tag{4}$$

Poračunamo sedaj efektivno polje $\mathbf{B}_{eff}$ za taki dve spinski podmreži (slika 2) z različnima spinoma S_A in S_B v zunanjem polju ($\mathbf{B}_0$). Zapišemo Hamiltonian:

$$H = J \sum_{i\, n.s.\, j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + \sum_i g\mu_B \mathbf{S}_i \mathbf{B}_0 \tag{5}$$

Kjer je prva vsota samo po najbljižjih sosedih. Razpišemo ga za spine A in B ter pri tem upoštevamo, da štejemo prispevke dvakrat:

$$H = \sum_{i\,\epsilon A} g\mu_B \mathbf{S}_i \left(\mathbf{B}_0 + \frac{1}{2} \sum_{j\,\epsilon B} \frac{J}{g\mu_B} \mathbf{S}_j \right) + \sum_{i\,\epsilon B} g\mu_B \mathbf{S}_i \left(\mathbf{B}_0 + \frac{1}{2} \sum_{j\,\epsilon A} \frac{J}{g\mu_B} \mathbf{S}_j \right) \tag{6}$$

Upoštevamo približek povprečnega polja:

$$H = \sum_{i\,\epsilon A} g\mu_B \mathbf{S}_i \left(\mathbf{B}_0 + \frac{1}{2} \frac{Jz}{g\mu_B} < \mathbf{S_B} > \right) + \sum_{i\,\epsilon B} g\mu_B \mathbf{S}_i \left(\mathbf{B}_0 + \frac{1}{2} \frac{Jz}{g\mu_B} < \mathbf{S_A} > \right) \tag{7}$$

kjer je $< S >$ povprečna vrednost spinov in z njihovo število. Zapišemo magnetizacijo:

$$\mathbf{M}_A = -\frac{g\mu_B N}{V} < \mathbf{S}_A > \tag{8}$$

Tako lahko iz enačb (7) in (8) efektivno magnetno polje:

$$\mathbf{B}_A^{eff} = \mathbf{B}_0 - \frac{JzV}{2g^2\mu_B^2 N} \mathbf{M}_B \ , \qquad \mu\mu_0 = \frac{JzV}{2g^2\mu_B^2 N} \tag{9}$$

$$\mathbf{B}_A^{eff} = \mathbf{B}_0 - \mu_0 \mu \mathbf{M}_B \ , \quad \mathbf{B}_B^{eff} = \mathbf{B}_0 - \mu_0 \mu \mathbf{M}_A \tag{10}$$

Splošno magnetizacijo v smeri efektivnega magnetnega polja iz enačbe (8) zapišemo kot s pomočjo Brillouinove funkcije (B_j):

$$\mathbf{M}_A = -\frac{g\mu_B N S_A}{V} B_{S_A} \left(\frac{g\mu_B S_A B_A^{eff}}{k_B T} \right) \frac{\mathbf{B}_A^{eff}}{B_A^{eff}} \tag{11}$$

Če sedaj Brillouinovo funkcijo razvijemo za $\mu B/k_B T << 1$ in poračunamo, dobimo Curie-jev zakon:

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B} = \frac{C}{T} \tag{12}$$

S črko C označujemo Curi-jevo konstanto:

$$C = \frac{N p^2 \mu_B^2}{3k_B} \tag{13}$$

kjer je N število vseh atomov in p efektivna vrednost Borovih magnetonov (μ_B):

$$p = g\sqrt{J(J+1)} \ , \qquad J = S_A \tag{14}$$

Enačbo(12) razpišemo za obe spinski podmreži A in B s pripadajočima konstantama C_A in C_B:

$$\mu_0 M_A T = C_A(B_0 - \mu_0 \mu M_B)\ , \quad \mu_0 M_B T = C_B(B_0 - \mu_0 \mu M_A) \tag{15}$$

Ti dve enačbi imata neničelne rešitve za M_A in M_B v ničelnem zunanjem polju ($B_0 = 0$) če velja :

$$\begin{bmatrix} T & \mu C_A \\ \mu C_B & T \end{bmatrix} = 0 \tag{16}$$

$$T^2 - \mu^2 C_A C_B = 0 \quad \Rightarrow \quad T_c = \mu\sqrt{C_A C_B} \tag{17}$$

Tako dobljeno temperaturo smo označili z T_c kot kritično temperaturo. Sedaj rešimo sistem enačb(15) z vstavljanjem druge v prvo:

$$\mu_0 M_A T = C_A[B_0 - \frac{\mu C_B}{T}(B_0 - \mu_0 \mu M_A)] \tag{18}$$

$$\mu_0 M_A(\frac{T}{C_A} - \frac{\mu^2 C_B}{T}) = B_0(1 - \frac{\mu C_B}{T}) \ \ / \cdot T \cdot C_A \tag{19}$$

$$\mu_0 M_A(T^2 - \mu^2 C_A C_B) = B_0(T C_A - \mu C_B C_A) \tag{20}$$

Upoštevamo zvezo(17):

$$\frac{\mu_0 M_A}{B_0} = \frac{T C_A - \mu C_B C_A}{T^2 - T_c^2} \tag{21}$$

Postopek ponovimo, da izrazimo M_B in dobimo za susceptibilnost :

$$\chi = \chi_A + \chi_B = \frac{\mu_0(M_A + M_B)}{B_0} = \frac{(C_A + C_B)T - 2\mu C_B C_A}{T^2 - T_c^2} \tag{22}$$

Vidimo, da ko gre $T \to T_c$ susceptibilnost zdirvergira. Zgornja enačba velja za temperature višje od T_c. Če sta C_A in C_B enaka potem dobimo antiferomagnetni odziv:

$$\chi^{af} = 2C\frac{T - \mu C}{T^2 - T_c^2} = 2C\frac{T - T_c}{T^2 - T_c^2} = \frac{2C}{T + T_c} \tag{23}$$

Poračunamo kakšna mora biti susceptibilnost antiferomagneta pri kritični temperaturi:

$$\chi^{af} = \frac{C}{T_C} = \frac{1}{\mu} = \frac{2g^2\mu_B^2 N \mu_0}{JzV} \tag{24}$$