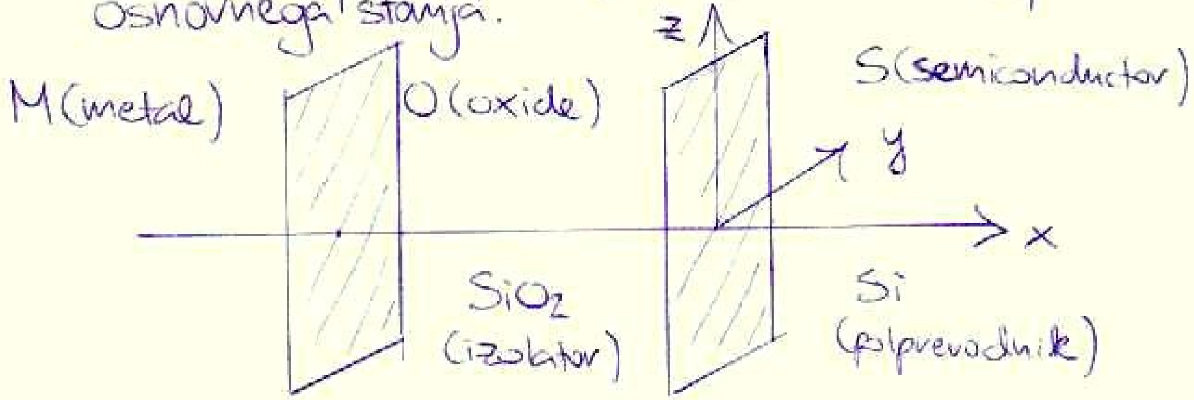
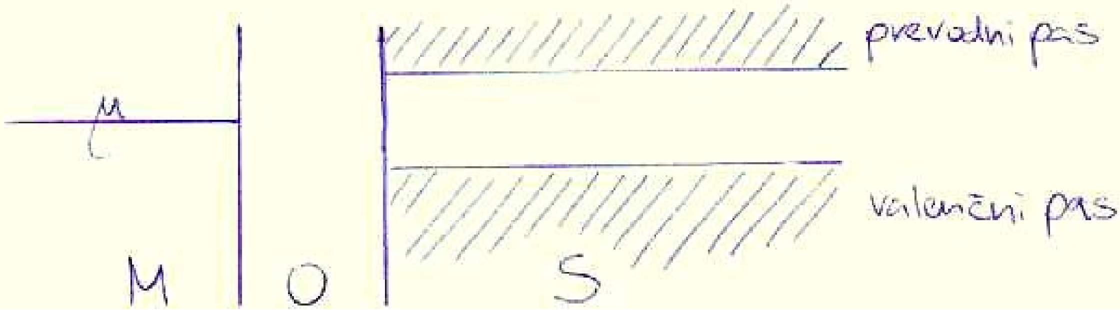
ENERGIJSKI NIVOJI V MOSFET

<u>Naloga</u>: Obravnavaj stik med izolatorjem in polprevodnikom v MOSFET (metal-oxide-semiconductor field effect transistor) v primeru močnega električnega polja.
Z variacijskim principom poišči energijo osnovnega stanja.





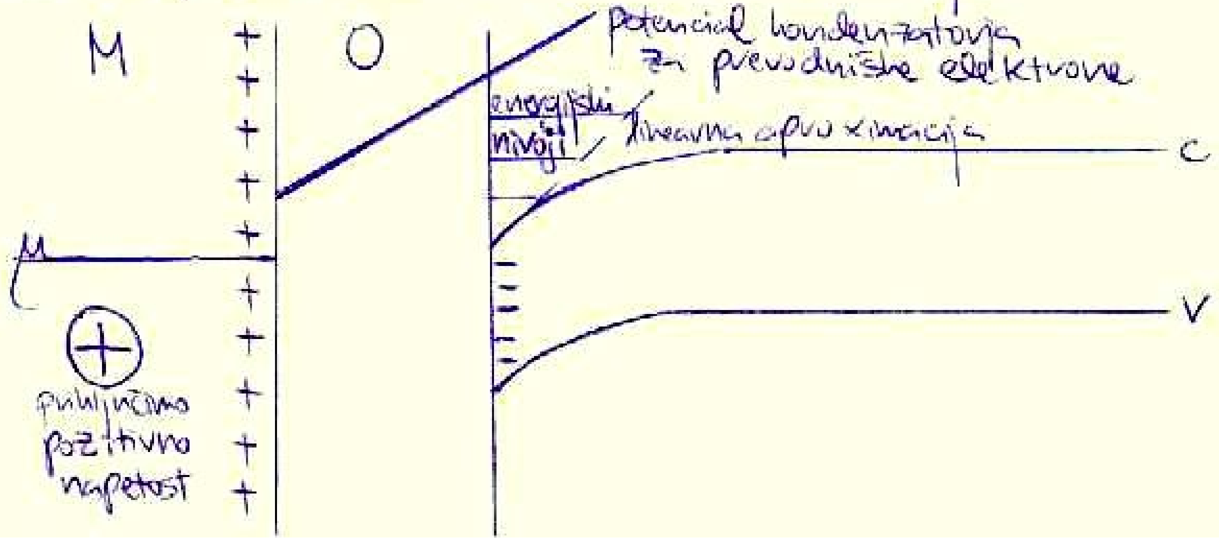
S tem, ko priključimo pozitivno napetost na kovinsko stran tranzistorja, se ves naboj nabere na meji kovine in neprevodnega izolatorja in ustvari na polprevodniški strani za prevodniške elektrone enak potencial, kot bi ga pozitivno nabita plošča kondenzatorja, ki ima drugo ploščo pomaknjeno v neskončnost.

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < \emptyset \\ eEx, & x > \emptyset \end{cases}$$

E = električno polje

S takim potencialom pa smemo računati le v bližini stika, saj se na meji z izolatorjem naberejo prevodniški elektroni, ki daleč stran povsem zasenčijo polje pozitivne plošče kondenzatorja.

Končni efekt je, da se v bližini stika valenčni in prevodni pas nekoliko spustita in ju smemo na samem stiku aproksimirati z linearno funkcijo



Schrödingerjevo enačbo za prevodniške elektrone rešujemo z naslednjim nastavkom za valovno funkcijo:

$$\Psi(x,y,z) = \begin{cases} 0 \; ; \; x < 0 \\ u(x) \underbrace{e^{ik_y \cdot y} e^{ik_z \cdot z}}_{\text{potujoči ravni valovi}} \; ; \; x > 0 \end{cases}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V\Psi = \xi \Psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{d^2u}{dx^2} - k_y^2 \cdot u - k_z^2 \cdot u\right] = \xi \cdot u - V \cdot u$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dx^2} + V(x)\,u = \underbrace{\left(\xi - \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}\right)}_{= \varepsilon} u$$

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u(x)}{dx^2} + (eEx - \varepsilon)\,u(x) = 0}$$

Ta enačba je analitično rešljiva z uvedbo novih spremenljivk:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \left(\frac{\hbar^2 e^2 E^2}{2m}\right)^{-1/3} (eEx - \varepsilon) \\ u(x) &= \tilde{u}(\xi) \\ \frac{d}{dx} &= \frac{d\xi}{dx}\frac{d}{d\xi} = \left(\frac{\hbar^2}{2meE}\right)^{-1/3} \frac{d}{d\xi} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\frac{d^2\tilde{u}(\xi)}{d\xi^2} - \xi \cdot \tilde{u}(\xi) = 0}$$

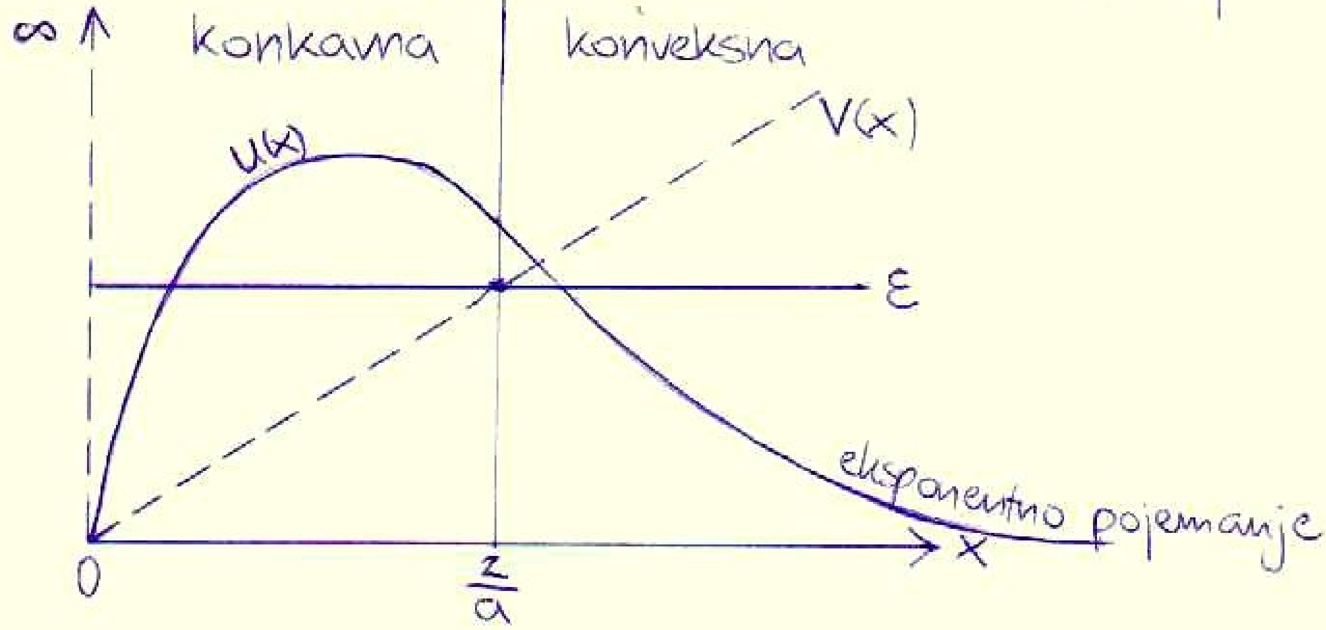
Rešitve enačbe $y'' - xy = 0$
so Airyeve funkcije $A_i(x)$, $B_i(x)$

$$A_i(x) = \frac{1}{\pi}\int^{\infty} \cos\left(\frac{t^3}{3} + x \cdot t\right) dt \; ; \; x \in \mathbb{R}$$

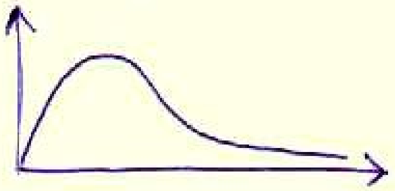
Lahko pa se reševanja enačbe $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dx^2} + V(x)u = \mathcal{E}u$ lotimo tudi drugače, tako da najprej poiščemo približne rešitve za valovno funkcijo in nato z njimi minimiziramo energijo.

1. $\mathcal{E} > V(x) \Rightarrow \frac{u''(x)}{u} < \emptyset \Rightarrow$ u konkavna funkcija

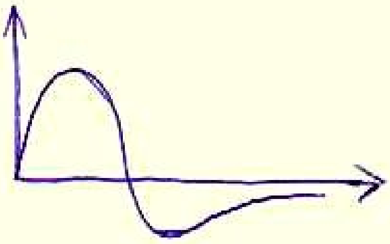
2. $\mathcal{E} < V(x) \Rightarrow \frac{u''(x)}{u} > \emptyset \Rightarrow$ u konveksna funkcija



Iščemo osnovno stanje, ki nima vozla, zato je naša rešitev oblike



in ne



Od tod sledi, da je smiselni nastavek za iskanje energij

$$\boxed{u(x) = x \cdot e^{-ax} \quad ; \quad x \geq \emptyset}$$

, ki pa je zgolj približna rešitev, ki ne reši točno zgornje diferencialne enačbe za u(x)

$$\frac{du}{dx} = e^{-ax}(1-ax)$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = a e^{-ax}(ax-2)$$

VARIACIJSKA METODA

Iščemo osnovno stanje in njegovo energijo

$$H|\psi_0\rangle = E_0|\psi_0\rangle \quad ; \quad E_0 \le E_n \quad \forall n$$

$$\langle\psi|H|\psi\rangle = \Big(\sum_m c_m^* \langle m|\Big)\Big(\sum_n c_n E_n |n\rangle\Big)$$

$$= \sum_n c_n^* c_n E_n = \sum_n |c_n|^2 E_n \ge \sum_n |c_n|^2 E_0 = E_0\langle\psi|\psi\rangle$$

$$E_0 \le \frac{\langle\psi|H|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle} \quad \forall |\psi\rangle$$

$$\boxed{E_0 \le \frac{\langle\psi(a)|H|\psi(a)\rangle}{\langle\psi(a)|\psi(a)\rangle} = E(a) \qquad E_0 \le \min_a E(a)}$$

pri čemer parameter a uporabimo, da minimiziramo $E(a)$ – s tem dobimo dokaj dober približek za E_0, za $|\psi_0\rangle$ pa nekoliko slabšega

(1) $$\langle\mathcal{E}(a)\rangle = \frac{\langle u(a)|H|u(a)\rangle}{\langle u(a)|u(a)\rangle} = \int_0^\infty u(x)\cdot\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dx^2} + V(x)u(x)\right]dx =$$

$$= \frac{\int_0^\infty x\cdot e^{-ax}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}a\cdot e^{-ax}(ax-2) + eEx\cdot x\cdot e^{-ax}\right)dx}{\int_0^\infty x^2 e^{-2ax}\,dx} =$$

$$= \frac{\int_0^\infty eEx^3 e^{-2ax}dx - \int_0^\infty \frac{\hbar^2}{2m}a^2x^2e^{-2ax}dx + \int_0^\infty \frac{\hbar^2}{m}ax e^{-2ax}dx}{\int_0^\infty x^2e^{-2ax}dx} =$$

$$= \frac{\frac{eE}{16a^4}\cdot 3! - \frac{\hbar^2a^2\cdot 2!}{2m\cdot 8a^3} + \frac{\hbar^2 a}{m\cdot 4a^2}\cdot 1!}{\frac{1}{8a^3}\cdot 2!} =$$

$$= \frac{3}{2}\frac{eE}{a} + \frac{\hbar^2a^2}{2m}$$

$$\boxed{\mathcal{E}(a) = \frac{3}{2}\frac{eE}{a} + \frac{\hbar^2a^2}{2m}}$$

② $\min_a \mathcal{E}(a)$; $\frac{d\mathcal{E}(a)}{da} = \phi$

$$\frac{d}{da}\left(\frac{3eE}{2}\cdot\frac{1}{a} + \frac{\hbar^2}{2m}a^2\right) = -\frac{3eE}{2a^2} + \frac{\hbar^2}{m}a = \phi$$

$$\boxed{a_{min} = \left(\frac{3eEm}{2\hbar^2}\right)^{1/3}}$$

③ $$\min_a \mathcal{E}(a) = \mathcal{E}(a_{min}) = \frac{3eE}{2}\left(\frac{3eEm}{2\hbar^2}\right)^{-1/3} + \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3eEm}{2\hbar^2}\right)^{2/3} =$$

$$= \left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)^{1/3}\left(\frac{3eE}{2}\right)^{2/3}\cdot \underbrace{\left[2^{1/3} + 2^{-2/3}\right]}_{1{,}89}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_0 \leq 1{,}89\cdot\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)^{1/3}\left(\frac{3eE}{2}\right)^{2/3}}$$

prava rešitev: $\boxed{\mathcal{E}_0 = 1{,}78\cdot\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)^{1/3}\left(\frac{3eE}{2}\right)^{2/3}}$

Na stiku med izolatorjem in polprevodnikom se na polprevodniški strani ustvari kanal za prevodniške elektrone (surface conduction channel), katerega dobro opisuje funkcija $|u(x)|^2$

$$\Psi_0(x,y,z) = u(x)\cdot e^{ik_y\cdot y}\cdot e^{ik_z\cdot z} = x\cdot e^{-\left(\frac{3}{2}\frac{em}{\hbar^2}E\right)^{1/3}\cdot x}\, e^{ik_y\cdot y}\, e^{ik_z\cdot z}$$

$\Psi_0(x,y,z) = f(E)$ ~ osnovna lastna funkcija energije je odvisna od električnega polja (ko polje narašča se delež valovne funkcije v -x smeri zmanjšuje)

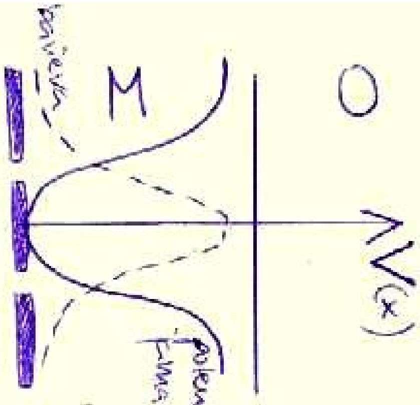
Ker je $u(x) = x\cdot e^{-ax}$ realna funkcija (stoječi val), lahko teče tok le v yz ravnini:

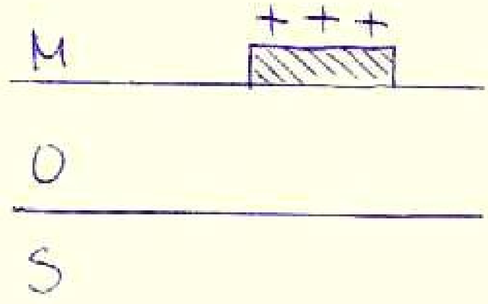
$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2im}\left(\Psi^*\cdot\vec{\nabla}\Psi - \Psi\cdot\vec{\nabla}\Psi^*\right) = \begin{bmatrix} \phi \\ j_y \\ j_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \hbar k_y/m \cdot u^2(x) \\ \hbar k_z/m \cdot u^2(x) \end{bmatrix}$$

Zaradi odvisnosti kanala od električnega polja, imenujemo tako strukturo FED. Različne lastne vrednosti $u(x)$ določajo električne podpasove (electrical subbands) elektrode, na katere priključimo pozitivno napetost

↓

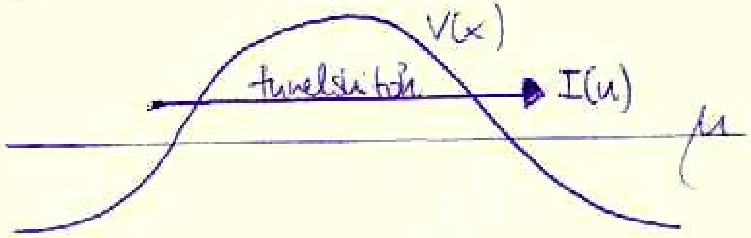
z razporeditvijo napetosti na posamezne elektrode, dobimo obliko potenciala





$\varepsilon_0 = f(E)$ → lahko se zgodi, da $\varepsilon_0(E) > \mu$

Tedaj dobimo tunelski efekt



Dobimo eksponentno odvisnost toka od pritisnjene napetosti