Stanko Manojlovič, 28030341
Mentor: dr. Peter Prelovšek
Asistent: dr. Tomaž Rejec
FIZIKA TRDNIH SNOVI
Domača naloga

1.Del: Izračunaj ciklotronsko frekvenco v odvisnosti od magnetnega polja iz tenzorja efektivne mase.

Ker imamo pri ciklotronu močno magnetno polje, moramo gledati silo na naboj, torej:

$$\vec{F}(\vec{r}) = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Najprej bomo uporabili kvaziklasični približek, ki smo ga izpeljali na predavanjih (upoštevana je le šibka sila).

$$\vec{F}(\vec{r}) = \hbar\dot{\vec{k}}$$

Prav tako smo na predavanjih že izpeljali grupno hitrost valovenga paketa

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{k}} = \dot{\vec{r}}$$

Ter jo zapišemo za n-ti pas s težiščem pri $\vec{k}$

$$\vec{v}_{n\vec{k}} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial \varepsilon_{n\vec{k}}}{\partial \vec{k}} = \dot{\vec{r}}$$

Odvajamo po času in dobimo pospešek

$$\dot{\vec{v}}_{n\vec{k}} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial^2 \varepsilon_{n\vec{k}}}{\partial \vec{k}\partial t} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial^2 \varepsilon_{n\vec{k}}}{\partial \vec{k}\partial t}\frac{\partial \vec{k}}{\partial \vec{k}} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial^2 \varepsilon_{n\vec{k}}}{\partial \vec{k}^2}\dot{\vec{k}} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 \varepsilon_{n\vec{k}}}{\partial \vec{k}^2} \quad \hbar\dot{\vec{k}}$$

M^{-1} = tenzor efektivne mase

$$M^{-1} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 \varepsilon_{n\vec{k}}}{\partial \vec{k}^2}$$

Torej imamo $\dot{\vec{v}} = M^{-1} \cdot \hbar\dot{\vec{k}}$, če pa obrnemo pa imamo $M\dot{\vec{v}} = \hbar\dot{\vec{k}}$.

To uporabimo v našem kvazi klasičnem približku in imamo silo :

$$e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = \vec{F}(\vec{r}) = \hbar\dot{\vec{k}} = M\dot{\vec{v}} = \left(\frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 \varepsilon_{n\vec{k}}}{\partial \vec{k}^2}\right)^{-1}\dot{\vec{v}}$$

Napravimo še izračun:

Denimo, da imamo polje samo v smeri z $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$, električnega polja nimamo $\vec{E} = 0$

Velja torej: $e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = M\dot{\vec{v}}$

$$e\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} = M\begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{bmatrix}$$, ter gledamo za ravno val: $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t}$

$$e\begin{bmatrix} v_y B \\ -v_x B \\ 0 \end{bmatrix} = -i\omega\begin{bmatrix} M_{xx}v_x + M_{xy}v_y + M_{xz}v_z \\ M_{yx}v_x + M_{yy}v_y + M_{yz}v_z \\ M_{zx}v_x + M_{zy}v_y + M_{zz}v_z \end{bmatrix}$$

Preuredimo desno matriko in uporabimo $\lambda = i\dfrac{eB}{\omega}$

$$\begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy}-\lambda & M_{xz} \\ M_{yx}+\lambda & M_{yy} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & M_{zz} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \vec{v}_x \\ \vec{v}_y \\ \vec{v}_z \end{bmatrix} = 0$$

$$M_{xx}M_{yy}M_{zz} + (M_{xy}-\lambda)M_{yz}M_{zx} + M_{xz}(M_{yx}+\lambda)M_{zy} + M_{xz}M_{yy}M_{zx} - M_{yz}M_{zy}M_{xx} - M_{zz}(M_{xy}-\lambda)(M_{yx}+\lambda) = 0$$

$$\det(M) - \lambda(M_{yz}M_{zx} - M_{xz}M_{zy}) - \lambda(M_{xx}M_{yx} - M_{xx}M_{xy}) + \lambda^2 M_{zz} = 0$$

Tako se nam odštejeta sredinska člena:

$$\lambda^2 = -\frac{\det(M)}{M_{zz}} = -\left(\frac{eB}{\omega}\right)^2$$

Ciklotronska frekvenca je torej

$$\omega = \frac{eB}{\sqrt{\det(M)/M_{zz}}}, \qquad m^* = \sqrt{\det(M)/M_{zz}}$$