Fizika trdne snovi 2007/2008
FMF, Univerza v Ljubljani

Difuzijska enačba za nosilce naboja v polprevodniku

Gregor Tavčar
16. april 2008

Izpeljati želimo enodimenzionalno diferencialno enačbo za difuzijsko gibanje nosilcev naboja v polprevodniku pri konstantnima temperaturi in napetosti za majhne odmike od ravnovesnga stanja.

Številsko gostoto vrzeli p in elektronov n zapišimo kot

$$p\,(t,\,x) = p_0 + p_\Delta\,(t,\,x);\; n\,(t,\,x) = n_0 + n_\Delta\,(t,\,x)$$

kjer sta p_0 in n_0 časovno in krajevno neodvisni ravnovesni vrednosti (odvisni sta le od temperature), p_Δ in n_Δ pa časovno in krajevno odvisna odmika od ravnovesnih vrednosti.

Gradient gostote vrzeli in elektronov ter električno polje E_x povzročita številski tok vrzeli J_h in elektronov J_e

$$J_h = -\frac{\partial p}{\partial x} D_p + E_x \mu_p\, p \;=\; -\frac{\partial p_\Delta}{\partial x} D_p + E_x \mu_p\, p$$
$$J_e = -\frac{\partial n}{\partial x} D_n - E_x \mu_n\, n \;=\; -\frac{\partial n_\Delta}{\partial x} D_n - E_x \mu_n\, n$$

kjer sto D_p, D_n ter μ_p, μ_n difuzijski konstanti ter mobilnosti vrzeli in elektronov

Časovno spreminjanje gostote nosilcev naboja nam podaja kontinuitetna enačba

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p_\Delta}{\partial t} = -\frac{\partial J_h}{\partial x} - \frac{p_\Delta}{\tau}$$
$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n_\Delta}{\partial t} = -\frac{\partial J_e}{\partial x} - \frac{n_\Delta}{\tau}$$

kjer je τ rekombinacijski čas

Vstavimo izraze za številska tokova v kontinuitetni enačbi

$$\frac{\partial p_\Delta}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_\Delta}{\partial x^2} - \mu_p \left(E_x \frac{\partial p_\Delta}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial x} p \right) - \frac{p_\Delta}{\tau}$$
$$\frac{\partial n_\Delta}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n_\Delta}{\partial x^2} + \mu_n \left(E_x \frac{\partial n_\Delta}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial x} n \right) - \frac{n_\Delta}{\tau}$$

in upoštevajoč Poissanovo enačbo ($\varepsilon\varepsilon_0$ divE $=$ σ_e) v eni dimenziji

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\sigma_e}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{e_0 (p_\Delta - n_\Delta)}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{e_0 c}{\varepsilon\varepsilon_0} \text{ (kjer definiramo } c \equiv p_\Delta - n_\Delta)$$

dobimo

$$\frac{\partial p_\Delta}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_\Delta}{\partial x^2} - \mu_p E_x \frac{\partial p_\Delta}{\partial x} - \mu_p \frac{e_0}{\varepsilon\varepsilon_0} c\, p - \frac{p_\Delta}{\tau}$$
$$\frac{\partial (p_\Delta - c)}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 (p_\Delta - c)}{\partial x^2} + \mu_n E_x \frac{\partial (p_\Delta - c)}{\partial x} + \mu_n \frac{e_0}{\varepsilon\varepsilon_0} c\, n - \frac{p_\Delta - c}{\tau}$$

Vzemimo zadnja dva člena, premečimo malo količine in primerjajmo $p\, \mu_p\, \tau \frac{e_0}{\varepsilon\varepsilon_0}$ ter $\frac{p_\Delta}{c}$:
Količina $p_0\, \mu_p\, \tau \frac{e_0}{\varepsilon\varepsilon_0}$ je v polprevodnikih tipično velikostnega reda $10^5 \sim 10^9$ torej mnogo večja od 1. V primerih kjer člen $\mu_p \frac{e_0}{\varepsilon\varepsilon_0} c\, p$ ni prevladujoč, se pravi, da ni mnogo večji od ostalih tako velja, da mora biti $c \ll p_\Delta$. Zato lahko namesto $p_\Delta - c\ (= n_\Delta)$ pišemo kar p_Δ. (p seveda obravnavamo kot konstanto p_0, saj je $p_\Delta \ll p \simeq p_0$)

$$\frac{\partial p_\Delta}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_\Delta}{\partial x^2} - \mu_p E_x \frac{\partial p_\Delta}{\partial x} - \mu_p \frac{e_0}{\varepsilon\varepsilon_0} c\, p - \frac{p_\Delta}{\tau}$$
$$\frac{\partial p_\Delta}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 p_\Delta}{\partial x^2} + \mu_n E_x \frac{\partial p_\Delta}{\partial x} + \mu_n \frac{e_0}{\varepsilon\varepsilon_0} c\, n - \frac{p_\Delta}{\tau}$$

enačbi pomnožimo z $\mu_n\, n$ oziroma $\mu_p\, p$ in ju seštejemo

$$(\mu_n n + \mu_p p) \frac{\partial p_\Delta}{\partial t} = (\mu_n n D_p + \mu_p p D_n) \frac{\partial^2 p_\Delta}{\partial x^2} + \mu_n \mu_p E_x \frac{\partial p_\Delta}{\partial x} (p - n) - (\mu_n n + \mu_p p) \frac{p_\Delta}{\tau}$$
$$\frac{\partial p_\Delta}{\partial t} = \frac{(\mu_n n D_p + \mu_p p D_n)}{(\mu_n n + \mu_p p)} \frac{\partial^2 p_\Delta}{\partial x^2} + \frac{\mu_n \mu_p (p - n)}{(\mu_n n + \mu_p p)} E_x \frac{\partial p_\Delta}{\partial x} - \frac{p_\Delta}{\tau}$$

ker je c zelo majhen je tudi $\frac{\partial E_x}{\partial x}$ majhen zato lahko E_x obravnavamo kot konstanto, enačbo pa prepišemo v

$$\frac{\partial p_\Delta}{\partial t} = D' \frac{\partial^2 p_\Delta}{\partial x^2} + \mu' E_x \frac{\partial p_\Delta}{\partial x} - \frac{p_\Delta}{\tau}$$
$$D' = \frac{(\mu_n n D_p + \mu_p p D_n)}{(\mu_n n + \mu_p p)} = \frac{D_p D_n (n_0 + p_0)}{(D_n n_0 + D_p p_0)} \quad (D \text{ in } \mu \text{ sta sorazmerna})$$
$$\mu' = \frac{\mu_n \mu_p (p - n)}{(\mu_n n + \mu_p p)} = \frac{\mu_n \mu_p (p_0 - n_0)}{(\mu_n n_0 + \mu_p p_0)}, \text{ če } p_0 \text{ in } n_0 \text{ nista primerljivih velikosti}$$

Zanimiv je primer ko imamo prevladujoče nosilce naboja e.g. $p \gg n$, kjer dobimo

$$D' = D_n \text{ in } \mu' = \mu_n$$

se pravi, da difuzijsko dinamiko narekujejo konstante manšinjskih nosilcev naboja.