

# Dvodimenzionalni elektronski plin

Mitja Eržen, 28030176

7. september 2009

## 1 Naloga:

1. Poišči gostoto stanj dvodimenzionalnega elektronskega plina.
2. Do katere T se lahko elektroni obravnavajo kot 2D plin?
3. Imamo potencialno jamo višine 100 meV pri temperaturi 20mK izračunaj, na katerem območju se naš plin obnaša kot 2D.

## 2 Rešitev:

Imamo kvazi dvodimenzionalni elektronski plin v 2D potencialu širine  $d$ . Tak plin bo imel diskretne energijske pasove in energijo pasov lahko zapišemo kot:

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2md^2} n^2 \quad (1)$$

potem je energija prvega pasu:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (2)$$

kjer smo vzeli da je  $k = \frac{\pi}{d}n$  in  $n = 1$  in s tem računamo gostoto stanj prvega pasu. Za izracun gostote stanj 2D sistema uporabimo enačbo (L.Mihaly:Solida state physics:Problems and solutions):

$$g = 2 \int \frac{d\phi k}{(2\pi)^2} \frac{1}{|\partial E(k)/\partial k|}, \quad (3)$$

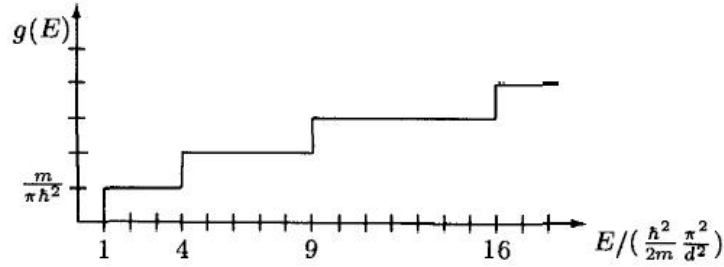
kjer je 2 pred integralom zaradi spina in kjer je:

$$|\partial E(k)/\partial k| = \left( \frac{\partial E(k)}{\partial k} \right) = \frac{\hbar^2 k}{m}$$

Vstavimo to v enačbo za gostoto stanj in dobimo:

$$g = 2 \int_0^{2\pi} d\phi \frac{k}{(2\pi)^2} \frac{m}{\hbar^2} = \frac{1}{\pi} \frac{m}{\hbar^2}$$

Če pogledamo gostoto stanj za katerikoli energijski pas, vidimo da je funkcija stopnična. Gostota stanj v odvisnosti od energije je prikazana na sliki 1.



Slika 1: Gostota stanj za kvazi-2D plin elektornov

Pri večjih energijah (v primerjavi z  $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2m d^2}$ ) se funkcija za velike  $n$  obnaša sorazmerno z  $E^{\frac{1}{2}}$ , kar bomo pokazali. Za  $E$  velja:

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m d^2} n^2 \quad (4)$$

In zdaj seštejemo po vseh  $n$ :

$$g = \sum_{n=1}^n \frac{1}{\pi} \frac{m}{\hbar^2} = \frac{1}{\pi} \frac{m}{\hbar^2} n = \frac{1}{\pi} \frac{m}{\hbar^2} \frac{d}{\pi} \sqrt{\frac{2mE}{\hbar}} \quad (5)$$

in dobimo

$$g(E) = d \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Če pogledamo rešitev, vidimo da je gostota stanj odvisna od  $\sqrt{E}$ , tako kot je tudi pri 3D problemu.

Elektroni se lahko obravnavajo kot 2D, če je  $k_b T$  manjša kot razdalja med stopnicam pri  $g(E)$ . Če je razdalja  $d = 100 \text{ \AA}$ , je temperatura za pogoj:

$$T < \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m d} \frac{1}{k_b} = 130 \text{ K}, \quad (7)$$

pod to temperaturo, se bo sistem obnašal kot 2D.

Sedaj imamo potencialno jamo določene višine pri določeni temperaturi. Če upoštevamo, da je  $V = k_b T$  potem lahko zapišemo

$$T < \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m d^2} < \frac{1}{2} V \quad (8)$$

in za potencial 100meV vidimo, da je  $d > 20 \text{ \AA}$ . Iz zgornje enačbe, pa izračunamo, da mora biti pri dani temperaturi  $d < 7000 \text{ \AA}$ . Če upoštevamo oba pogoja, vidimo da mora biti širina jame med 20Å in 7000Å, da se elektronski plin obnaša kot dvodimenzionalni elektronski plin