Neobstoj magnetnih lastnosti snovi v klasični fiziki

Simon Čopar

26. marec 2008

1 Langevinova formula

Magnetno polje nima izvorov. Najsplošnejša porazdelitev magnetnih lastnosti je zato magnetizacija oz. gostota dipolnih momentov.

$$M = \frac{\partial p_m}{\partial V}$$

Za dipole vemo, da ima energija obliko

$$\mathcal{H} = -\mu_0 p_m H$$

V statistični vsoti vedno nastopa člen $\beta\mathcal{H}$, iz česar vidimo, da bo magnetizacija lahko odvisna le od produkta βH.

$$M = f(\beta H)$$

H je tukaj lokalno polje, ki je vsota zunanjega polja in polja zaradi magnetizacije same. Prispevek magnetizacije k lokalnemu polju je odvisna od lastnosti snovi. Za pline je ta prispevek zanemarljiv. Zapišimo

$$M = f(\beta(H_0 + tM))$$

Funkcija f mora biti liha zaradi simetrijskih razlogov, zato je za večino praktičnih primerov dovolj prvi člen potenčne vrste.

$$M \approx \frac{C}{kT}(H + tM)$$

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{C}{kT - tC}$$

Dobili smo Curijev zakon, in to le iz fenomenoloških argumentov. V primeru sibke sklopitve z lastnim poljem ($t = 0$) je snov paramagnetna ali diamagnetna, v nasprotnem primeru pa feromagnetna. Tako obnašanje snovi je potrjeno z eksperimentom. Problem je le v tem, da smo predpostavili obstoj permanentnih točkastih dipolov, ki jih klasično z gibanjem nabojev ne moremo opisati!

2 Statistična vsota za elektronski sistem

Termodinamski sistem bo imel neničelno susceptibilnost samo, če bo fazna vsota odvisna od zunanjega polja. Velja namreč $\langle M \rangle = -\frac{\partial \beta F}{\partial \beta H}$. V primeru klasičnih brezspinskih delcev se Hamiltonova funkcija enega delca napiše

$$\mathcal{H}_1 = \frac{(p - eA)^2}{2m} + eU; \quad p = mv + eA$$

Uporabili smo vektorski potencial, $H = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times A$. Ta je vsota zunanjega polja in polja zaradi ostalih gibajočih se delcev.

$$A_i = A_0 + \sum_{j \neq i} A(r_j, v_j) = A_0 + A_{int}$$

Skupna hamiltonka pa je

$$\mathcal{H} = \sum_i \frac{(p_i - eA_i)^2}{2m} + \sum_{i>j} eU(r_i - r_j) = \sum_i \frac{(p_i - eA_i)^2}{2m} + \mathcal{H}_{el}$$

Elektrostatski del nas ne bo zanimal.

Fazna vsota je

$$e^{-\beta F} = \int e^{-\beta\mathcal{H}} \mathrm{d}\Gamma = \int \exp\left(-\beta\left(\sum \frac{(p_i - eA_i)^2}{2m} + \mathcal{H}_{el}\right)\right) \mathrm{d}\Gamma$$

Prva misel je substitucija na spremenljivke $mv_i = p_i - eA_i$. Fazni prostor moramo popraviti z Jakobijanom.

$$\mathrm{d}\Gamma = \mathrm{d}\Gamma' \det J; \quad J_{ij} = \frac{\partial p_i}{\partial m v_j}$$

Integrand zdaj izgleda tak kot za delce brez magnetnega polja, pišimo $\mathcal{H}_0 = \sum_i \frac{mv_i^2}{2} + \mathcal{H}_{el}$.

$$e^{-\beta F} = \int e^{-\beta\mathcal{H}_0} \det J \, \mathrm{d}\Gamma'$$

Celoten integral bo torej odvisen od A in posledično od H le, če bo od njega odvisen Jakobijan. Poglejmo odvod v Jakobijanu:

$$J_{ij} = \frac{\partial p_i}{\partial m v_j} = \frac{\partial m v_i + e(A_0 + A_{int})}{\partial m v_j} = \delta_{ij} + \frac{e}{m}\frac{\partial A_{int}}{\partial v_j}$$

in zato

$$J \neq J(A_0)$$

$$e^{-\beta F} = \int e^{-\beta\mathcal{H}_0} \det J \, \mathrm{d}\Gamma'$$

Vidimo, da fazna vsota ni odvisna od zunanjega polja A_0 temveč le od polja, ki ga povzročajo drugi delci. Z drugimi besedami, delci v magnetnem polju imajo enako statistično vsoto kot delci izven polja, zato imajo tudi lastnosti enake. Susceptibilnost je zato identično enaka 0.

Sklopitveni člen A_{int} za i-ti delec je po Biot-Savartovem zakonu

$$A_{int} = \sum_{j \neq i} \frac{ev_j}{|r_j - r_i|}$$

Odvod tega izraza po hitrosti je odvisen le od koordinat, pa še to le od relativnih razdalj med delci. Kinetični del fazne vsote je zato enak kot pri nenabitih delcih. Spontana magnetizacija bi se pojavila, če bi bilo statistično povprečje *skupnega* vektorskega potenciala neničelno.

$$\langle A \rangle = \frac{\int A(r_i, v_i)\rho(r_i, v_i)|J| \, \mathrm{d}\Gamma'}{\int \rho(r_i, v_i)|J| \, \mathrm{d}\Gamma'}; \quad A = \sum_i \frac{ev_i}{|r - r_i|}$$

Videli smo, da je kinetični del valovne funkcije tak kot pri nenabitih delcih, torej sod v hitrostih (člen s kinetično energijo, $\exp\left(-\beta\frac{1}{2}mv^2\right)$). Ker je A lih v hitrosti, njegovo povprečje izgine, ker gre za integracijo lihe funkcije na simetričnem intervalu. To ne bi bilo nujno res, če bi bil Jakobian odvisen od hitrosti.

Klasična fizika torej ne more dati magnetnih lastnosti, ker ne predpostavlja magnetnega momenta, ki ne bi bil posledica gibanja elektronov. Kvantna mehanika to pripelje v obliki spina in vrtilne količine vezanih stanj.