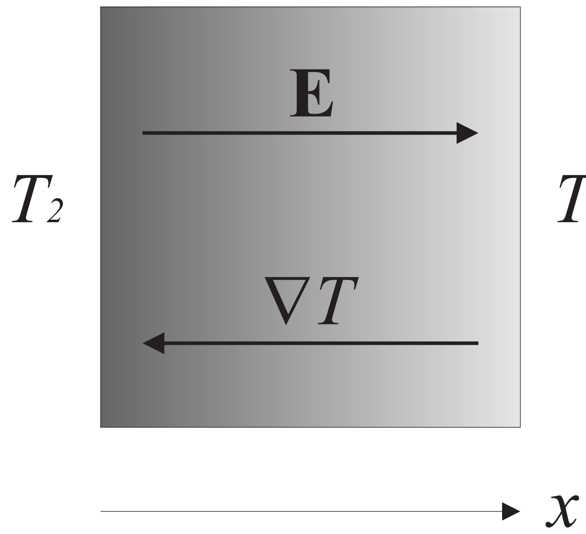
Temoelektrični koeficient v polprevodnikih

Matej Tekavčič

13.2.2008

Obravnavamo homogen polprevodnik v električnem polju $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ v eni dimenziji. Konca polprevodnika sta pri različnih temperaturah T_1 in $T_2 < T_1$, zaradi česar se v polprevodniku pojavi gradient temperature, kot to prikazuje slika 1.



Slika 1: Polprevodnik v električnem polju **E**

Termoelektrični koeficient, oz. termoelektrična moč je definirana kot

$$\mathbf{E} = Q \nabla T \,. \tag{1}$$

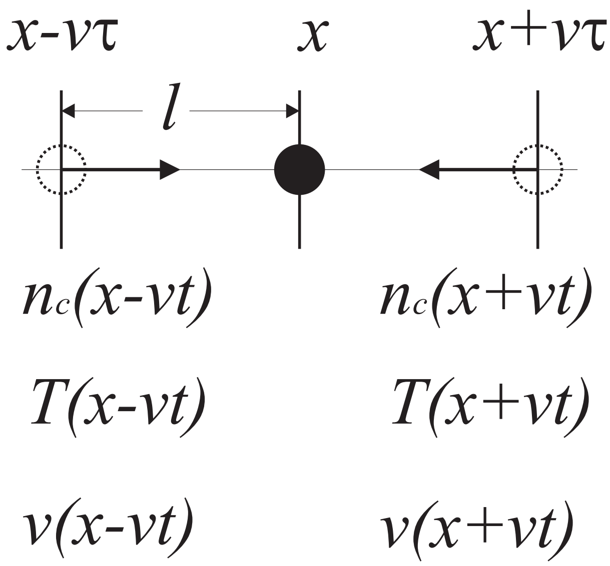
Povprečna hitrost nosilcev naboja $\mathbf{v_E}$, v našem primeru so to elektroni z maso m, zaradi električnega polja $\mathbf{E}$ podaja zveza

$$\mathbf{v_E} = \frac{e\tau}{m}\mathbf{E} \,. \tag{2}$$

Opazujemo dogajanje v okolici poljubne točke x v polprevodniku, kot je to prikazano na sliki 2. Za okolico točke x vzamemo povprečno prosto pot $l = v\tau$. Zaradi odvisnosti temperature od kraja je posledično od kraja odvisna tudi gostota nosilcev naboja n_c ter hitrost.

V smeri x, ki jo opazujemo, je povprečna hitrost nosilcev naboja zaradi temperaturnega gradienta v poljubni točki x

$$v_Q(x) = \frac{n_c(x - v\tau)v(x - v\tau) - n_c(x + v\tau)v(x + v\tau)}{n(x - v\tau) + n(x + v\tau)} \,. \tag{3}$$



Slika 2: Okolica poljubne toče x v polprevodniku. Količina $l = v\tau$ predstavlja povprečno prosto pot elektrona, $n_c(x)$ - gostota nosilcev naboja, $T(x)$ - temperatura in $v(x)$ - hitrost

Sprememba temperature na povprečni prosti poti l je majhna, zato lahko enačbo (3) zapišemo z odvodi

$$
\begin{aligned}
v_Q(x) &= \frac{2n_c\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}(-v\tau) + 2v\frac{\mathrm{d}n_c}{\mathrm{d}x}(-v\tau)}{2n_c} && (4)\\
&= -v\tau\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} - \frac{v^2\tau}{n_c}\frac{\mathrm{d}n_c}{\mathrm{d}x} && (5)\\
&= \left(-v\tau\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}T} - \frac{v^2\tau}{n_c}\frac{\mathrm{d}n_c}{\mathrm{d}T}\right)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} && (6)\\
&= \left(-v\tau\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}T} - v^2\tau\frac{\mathrm{d}(\ln n_c)}{\mathrm{d}T}\right)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\,, && (7)
\end{aligned}
$$

kjer v izrazu $\mathrm{d}T/\mathrm{d}x$ prepoznamo ∇T.

V prisotnosti električnega polja in gradienta temperature za hitrosti v poljubni točki x zahtevamo

$$\mathbf{v_Q} + \mathbf{v_E} = 0\,, \tag{8}$$

Problem obravnavamo v smeri x ter tako enačbe (2), (3) in (8) združimo v

$$\frac{e\tau}{m}E + \left(-\tau\frac{\mathrm{d}(\frac{1}{2}v^2)}{\mathrm{d}T} - v^2\tau\frac{\mathrm{d}(\ln n_c)}{\mathrm{d}t}\right)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = 0\,, \tag{9}$$

oziroma

$$E = \left(\frac{m}{e}\frac{\mathrm{d}(\frac{1}{2}v^2)}{\mathrm{d}T} + \frac{mv^2}{e}\frac{\mathrm{d}(\ln n_c)}{\mathrm{d}T}\right)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\,, \tag{10}$$

kjer je izraz v oklepaju termoelektrični koeficient iz enačbe (1):

$$Q = \frac{1}{e}\left(\frac{\mathrm{d}(\frac{mv^2}{2})}{\mathrm{d}T} + 2\frac{mv^2}{2}\frac{\mathrm{d}(\ln n_c)}{\mathrm{d}T}\right)\,. \tag{11}$$

Gostoto nosilcev naboja podaja enačba

$$n_c = N_c \exp\left(-\frac{\varepsilon_c - \mu}{kT}\right) , \tag{12}$$

kjer je

$$N_c = \frac{1}{2}\left(\frac{2mkT}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} , \tag{13}$$

in μ kemijski potencial. Izraz (12) logaritmiramo

$$\ln n_c = \ln N_c - \frac{\varepsilon_c - \mu}{kT} , \tag{14}$$

kjer $\ln N_c$ sledi iz enačbe (13)

$$\ln N_c = \frac{3}{2}\ln T + \ln(\mathrm{konst.}) . \tag{15}$$

Enačbo (15) vstavimo v (14) in odvajamo po temperaturi

$$\frac{\mathrm{d}(\ln n_c)}{\mathrm{d}T} = \frac{3}{2T} + \frac{1}{kT^2}\left(\varepsilon_c - \mu\right) . \tag{16}$$

Kinetično energijo v eni dimenziji zapišemo kot

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kT , \tag{17}$$

torej

$$\frac{\mathrm{d}(\frac{1}{2}mv^2)}{\mathrm{d}T} = \frac{1}{2}k , \tag{18}$$

in

$$2\frac{1}{2}mv^2\frac{\mathrm{d}(\ln n_c)}{\mathrm{d}T} = 2\left(\frac{1}{2}kT\left[\frac{3}{2T} + \frac{1}{kT^2}\left(\varepsilon_c - \mu\right)\right]\right) = \frac{3}{2}k + \frac{1}{T}\left(\varepsilon_c - \mu\right) . \tag{19}$$

Izraza (18) in (19) vstavimo v enačbo za termoelektrični koeficient (11)

$$Q = \frac{1}{e}\left(\frac{1}{2}k + \frac{3}{2}k + \frac{1}{T}\left(\varepsilon_c - \mu\right)\right) , \tag{20}$$

kar preoblikujemo v

$$Q = \frac{1}{eT}\left(\varepsilon_c - \mu + 2kT\right) . \tag{21}$$

Izračunamo Peltierov koeficient $\Pi = QT$

$$\Pi = \frac{1}{e}\left(\varepsilon_c - \mu + 2kT\right) . \tag{22}$$

V nalogi nismo upoštevali temperaturne odvisnosti kemijskega potenciala μ.