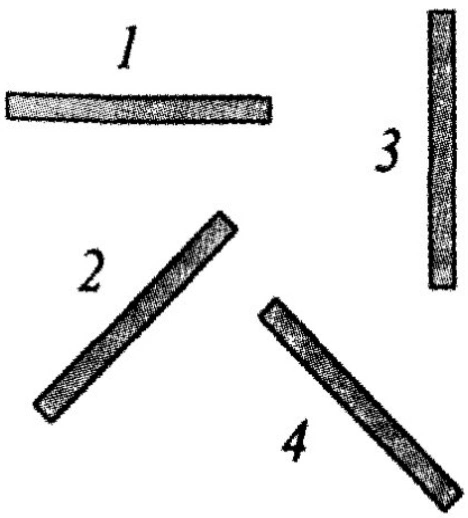
DOMAČA NALOGA IZ FIZIKE TRDNE SNOVI

Vladimir Radulovič

vp. št. 28030220

Navodilo

Obravnavali bomo upornost anizotropne plasti. Iz tanke plasti monokristala izrežemo tanke paličice, sami rezi pa so različno usmerjeni. Prvi rez je usmerjen vzdolž osi x, drugi in četrti vzdolž simetral lihih in sodih kvadrantov, tretji pa vzdolž osi y (glej sliko).



Merimo upornost tako dobljenih paličic. Ugotovimo, da je upornost prve paličice (označimo jo z R_1) enaka upornosti tretje paličice (R_3), torej $R_1 = R_3 = R$. Upornost druge paličice pa je enaka $R/2$. Želimo izračunati upornost četrte paličice R_4.

Rešitev

Upornost anizotropne snovi opišemo z upornostnim tenzorjem ρ. Ker imamo v tej nalogi opravka z dvodimenzionalno plastjo, bo v našem primeru imel tenzor ρ le štiri elemente:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Tenzor je simetričen, torej $\rho_{xy} = \rho_{yx}$, in pozitivno definiten, torej $det\rho = \rho_{xx}\rho_{yy} - \rho_{xy}^2 > 0$.

Zveza med napetostjo med krajiščema paličice in električnim poljem v njej je:

$$U = lE, \tag{2}$$

kjer je l njena dolžina. Izraz za tok skozi paličico je:

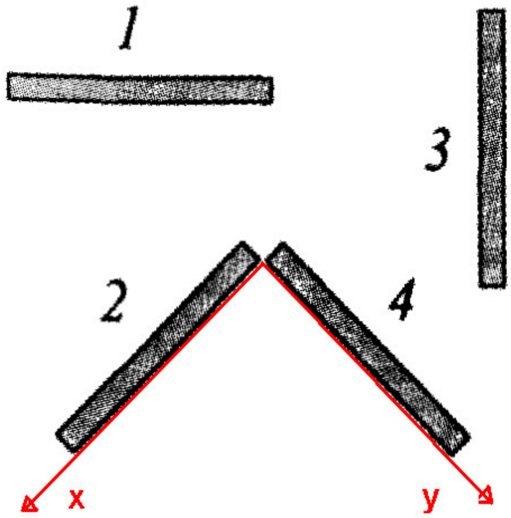
$$I = jS, \tag{3}$$

kjer je j gostota toka in S površina preseka paličice. Upornost dobimo, če gornja izraza med seboj delimo:

$$R = \frac{lE}{jA} \tag{4}$$

V anizotropni snovi lahko vektor električnega polja kaže v drugačno smer kot vektor gostote toka, oz. če na razsežen vzorec v neko smer priključimo napetost in tako v to smer poženemo tok, se lahko v prečni smeri pojavi neničelna napetost. Zato, ko želimo ugotoviti lastnosti anizotropne snovi, vzorec narežemo na dolge in tanke paličice.

Za dane smeri bomo izračunali razmerja E/j. Izberimo si malo drugačen koordinatni sistem. Os x naj kaže vzdolž drugega, os y pa vzdolž četrtega reza (glej sliko).



Vektorji gostote toka za posamezne smeri se glasijo:

$$\vec{j_1} = \frac{j_1}{\sqrt{2}}[-1,1]; \qquad \vec{j_2} = j_2[1,0]; \qquad \vec{j_3} = \frac{j_3}{\sqrt{2}}[1,1]; \qquad \vec{j_4} = j_4[0,1] \tag{5}$$

Električna polja v paličicah izračunamo s pomočjo upornostnega tenzorja. Električna polja v smeri paličic dobimo tako, da izračunana električna polja skalarno pomnožimo z enotskimi vektorji za ustrezne smeri:

$$E_1 = \left[\begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{bmatrix} \vec{j_1} \right] \frac{1}{\sqrt{2}}[-1, 1] = \frac{j_1}{2} \left(\rho_{xx} + \rho_{yy} - 2\rho_{xy} \right) \tag{6}$$

$$E_2 = j_2 \rho_{xx} \tag{7}$$

$$E_3 = \frac{j_3}{2} \left(\rho_{xx} + \rho_{yy} + 2\rho_{xy} \right) \tag{8}$$

$$E_4 = j_4 \rho_{yy} \tag{9}$$

Ker sta upornosti prve in tretje paličice enaki, sta tudi razmerji E_1/j_1 in E_2/j_2 enaki. To upoštevamo v enačbah za E_1 in E_3 in dobimo, da je $\rho_{xy} = 0$. Sledi:

$$R = \frac{1}{2}(\rho_{xx} + \rho_{yy}) \tag{10}$$

Iz upornosti druge palice dobimo:

$$R_2 = \frac{E_2}{j_2} = \rho_{xx} = \frac{R}{2}; \qquad \rho_{yy} = \frac{3R}{2} \tag{11}$$

Končno lahko izračunamo R_4.

$$R_4 = \frac{E_4}{j_4} = \rho_{yy} = \frac{3R}{2} \tag{12}$$