

Fizika trdne snovi

2007/08

Ferimagnet

Vid Agrež

21. maj 2008

Ferimagnetna snov vsebuje atome z nasprotno urejenimi spini a različnih velikosti. Ima dve ali več spinskih podmrež. Primer je magnetit Fe_3O_4 oziroma $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$, ki ima dve spinski podmreži. Eno predstavljajo ioni Fe^{3+} s spinom $5/2$ in jo označimo z A. Druga (B) pa je sestavljena iz Fe^{3+} s spinom $5/2$ in Fe^{2+} ionov s spinom 2. V takem sistemu so vsi sklopitveni koeficienti J_{AA} , J_{AB} in J_{BB} negativni. To pomeni, da imamo tri antiferomagnetne interakcije. Izkaže se, da je AB interakcija najmočnejša in vsili stanje, v katerem so spini A med seboj vzporedno poravnani. Enako velja za spine podmreže B, samo da so ti usmerjeni v nasprotno smer kot spini A. Tako smo iz treh antiferomagnetnih interakcij dobili feromagnetno snov. Da resnično pride do takšne poravnave dokažemo z naslednjim računom. Povprečni polji, ki delujeta na posamezno mrežo zapišemo kot:

$$\mathbf{B}_A = -\mu_0\lambda\mathbf{M}_A - \mu_0\mu\mathbf{M}_B, \quad \mathbf{B}_B = -\mu_0\mu\mathbf{M}_A - \mu_0\nu\mathbf{M}_B \quad (1)$$

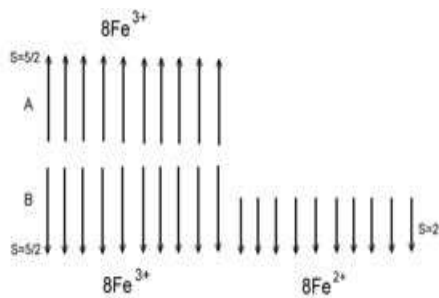
kjer so λ , μ , ν pozitivne konstante povprečnega polja. Z negativnimi predznaki upoštevamo antiparalelno ureditev. Energija takšne interakcije je tako:

$$U = -\frac{1}{2}(\mathbf{B}_A \cdot \mathbf{M}_A + \mathbf{B}_B \cdot \mathbf{M}_B) = \frac{1}{2}(\mu_0\lambda M_A^2 + 2\mu_0\mu\mathbf{M}_A\mathbf{M}_B + \mu_0\nu M_B^2) \quad (2)$$

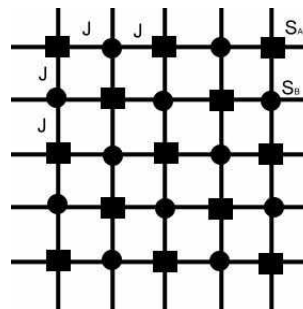
Od tod sledi, da mora za minimalno energijo veljati:

$$\mu_0\mu\mathbf{M}_A\mathbf{M}_B < 0 \quad (3)$$

oziroma, da sta magnetizaciji \mathbf{M}_A in \mathbf{M}_B nasprotnega predznaka.



Slika 1: Slika dveh spinskih podmrež A in B v magnetitu.



Slika 2: Enostavna skica dveh spinskih podmrež A in B

1 Susceptibilnost ferimagneta

Pri računu susceptibilnosti bomo uporabili približek povprečnega polja (MFA) in zaradi enostavnosti zanemarili vse prispevke interakcij AA in BB. Tako sta enačbi(1):

$$\mathbf{B}_A = -\mu_0\mu\mathbf{M}_B, \quad \mathbf{B}_B = -\mu_0\mu\mathbf{M}_A \quad (4)$$

Poračunamo sedaj efektivno polje \mathbf{B}_{eff} za taki dve spinski podmreži (slika 2) z različnima spinoma S_A in S_B v zunanjem polju (\mathbf{B}_0). Zapišemo Hamiltonian:

$$H = J \sum_{i \text{ n.s. } j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + \sum_i g_i \mu_B \mathbf{S}_i \mathbf{B}_0 \quad (5)$$

Kjer je prva vsota samo po najbližjih sosedih. Razpišemo ga za spine A in B ter pri tem upoštevamo, da štejemo prispevke dvakrat:

$$H = \sum_{i \in A} g_A \mu_B \mathbf{S}_i \left(\mathbf{B}_0 + \sum_{j \text{ n.s. } i} \frac{J}{g_A \mu_B} \mathbf{S}_j \right) + \sum_{i \in B} g_B \mu_B \mathbf{S}_i \left(\mathbf{B}_0 + \sum_{j \text{ n.s. } i} \frac{J}{g_B \mu_B} \mathbf{S}_j \right) \quad (6)$$

Upoštevamo približek povprečnega polja:

$$H = \sum_{i \in A} g_A \mu_B \mathbf{S}_i \left(\mathbf{B}_0 + \frac{Jz}{g_A \mu_B} \langle \mathbf{S}_B \rangle \right) + \sum_{i \in B} g_B \mu_B \mathbf{S}_i \left(\mathbf{B}_0 + \frac{Jz}{g_B \mu_B} \langle \mathbf{S}_A \rangle \right) \quad (7)$$

kjer je $\langle S \rangle$ povprečna vrednost spinov in z število najbližjih sosedov. Zapišemo magnetizacijo:

$$\mathbf{M}_A = -\frac{g_A \mu_B N}{V} \langle \mathbf{S}_A \rangle \quad (8)$$

Tako lahko iz enačb (7) in (8) efektivno magnetno polje:

$$\mathbf{B}_A^{eff} = \mathbf{B}_0 - \frac{JzV}{g_A g_B \mu_B^2 N} \mathbf{M}_B, \quad \mu \mu_0 = \frac{JzV}{g_A g_B \mu_B^2 N} \quad (9)$$

$$\mathbf{B}_A^{eff} = \mathbf{B}_0 - \mu_0 \mu \mathbf{M}_B, \quad \mathbf{B}_B^{eff} = \mathbf{B}_0 - \mu_0 \mu \mathbf{M}_A \quad (10)$$

Splošno magnetizacijo v smeri efektivnega magnetnega polja iz enačbe (8) zapišemo kot s pomočjo Brillouinove funkcije (B_j):

$$\mathbf{M}_A = -\frac{g_A \mu_B N S_A}{V} B_{S_A} \left(\frac{g_A \mu_B S_A B_A^{eff}}{k_B T} \right) \frac{\mathbf{B}_A^{eff}}{B_A^{eff}} \quad (11)$$

Če sedaj Brillouinovo funkcijo razvijemo za $\mu_B B / k_B T \ll 1$ in poračunamo, dobimo Curie-jev zakon:

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B} = \frac{C}{T} \quad (12)$$

S črko C označujemo Curi-jevo konstanto:

$$C = \frac{N p^2 \mu_B^2 \mu_0}{3 k_B V} \quad (13)$$

kjer je N število vseh atomov in p efektivna vrednost Borovih magnetonov (μ_B):

$$p = g \sqrt{J(J+1)} \quad (14)$$

Enačbo(12) razpišemo za obe spinski podmreži A in B s pripadajočima konstantama C_A in C_B :

$$\mu_0 M_A T = C_A(B_0 - \mu_0 \mu M_B), \quad \mu_0 M_B T = C_B(B_0 - \mu_0 \mu M_A) \quad (15)$$

Ti dve enačbi imata neničelne rešitve za M_A in M_B v ničelnem zunanjem polju ($B_0 = 0$) če velja :

$$\begin{bmatrix} T & \mu C_A \\ \mu C_B & T \end{bmatrix} = 0 \quad (16)$$

$$T^2 - \mu^2 C_A C_B = 0 \quad \Rightarrow \quad T_c = \mu \sqrt{C_A C_B} \quad (17)$$

Tako dobljeno temperaturo smo označili z T_c kot kritično temperaturo. Sedaj rešimo sistem enačb(15) z vstavljanjem druge v prvo:

$$\mu_0 M_A T = C_A \left[B_0 - \frac{\mu C_B}{T} (B_0 - \mu_0 \mu M_A) \right] \quad (18)$$

$$\mu_0 M_A \left(\frac{T}{C_A} - \frac{\mu^2 C_B}{T} \right) = B_0 \left(1 - \frac{\mu C_B}{T} \right) / \cdot T \cdot C_A \quad (19)$$

$$\mu_0 M_A (T^2 - \mu^2 C_A C_B) = B_0 (T C_A - \mu C_B C_A) \quad (20)$$

Upoštevamo zvezo(17):

$$\frac{\mu_0 M_A}{B_0} = \frac{T C_A - \mu C_B C_A}{T^2 - T_c^2} \quad (21)$$

Postopek ponovimo, da izrazimo M_B in dobimo za susceptibilnost :

$$\chi = \chi_A + \chi_B = \frac{\mu_0 (M_A + M_B)}{B_0} = \frac{(C_A + C_B) T - 2 \mu C_B C_A}{T^2 - T_c^2} \quad (22)$$

Vidimo, da ko gre $T \rightarrow T_c$ susceptibilnost zdirvergira. Zgornja enačba velja za temperature višje od T_c . Če sta C_A in C_B enaka potem dobimo antiferomagnetni odziv:

$$\chi^{af} = 2C \frac{T - \mu C}{T^2 - T_c^2} = 2C \frac{T - T_c}{T^2 - T_c^2} = \frac{2C}{T + T_c} \quad (23)$$

Poračunamo kakšna mora biti susceptibilnost antiferomagneta pri kritični temperaturi:

$$\chi^{af} = \frac{C}{T_C} = \frac{1}{\mu} = \frac{g^2 \mu_B^2 N \mu_0}{J z V} \quad (24)$$