FEROMAGNET V PRIBLIŽKU POVPREČNEGA POLJA

Fizika kondenzirane snovi

Matevž Marš

November 2016

Naloga

Obravnavali bomo feromagnet v približku povprečnega polja za delce s spinom j in izračunali magnetizacijo M pri $T > 0$ in susceptibilnost χ za $T > T_c$.

Heisenbergov model in povprečno polje

Interakcijo delcev s spinom opišemo s Heisenbergovim modelom:

$$H = -J \sum_{<ij>} \vec{s_i} \cdot \vec{s_j} + g_0 \mu_B \sum_i \vec{s_i} \cdot \vec{B_0} \tag{1}$$

V prvi vsoti smo z $< ij >$ upoštevali le pare delcev, ki so najbližji sosedi. Ker tega hamiltoniana ne znamo rešiti v splošnem, naredimo približek povprečnega polja:

$$\vec{s_i} \cdot \vec{s_j} \approx < \vec{s_i} > \vec{s_j} + \vec{s_i} < \vec{s_j} > - < \vec{s_i} >< \vec{s_j} > \tag{2}$$

Člen $< \vec{s_i} >< \vec{s_j} >$ prispeva le k energiji in ne k magnetizaciji ali susceptibilnosti, zato ga lahko zanemarimo v nadaljni obravnavi. Tako je hamiltonian:

$$H = -J \sum_{<ij>} (< \vec{s_i} > \vec{s_j} + \vec{s_i} < \vec{s_j} >) + g_0 \mu_B \sum_i \vec{s_i} \cdot \vec{B_0} \tag{3}$$

Ker lahko zamenjamo indeksa i in j lahko člen $< \vec{s_i} > \vec{s_j} + \vec{s_i} < \vec{s_j} >$ pišemo kot $2\vec{s_i} < \vec{s_j} >$. Hkrati še vsoto po parih pišemo kot dvojno vsoto (po i in po j, ki so najbližji sosedi delcev i) s čimer vsak delec štejemo dvakrat, zato pridobimo še faktor $\frac{1}{2}$. Poleg vsega še predpostavimo, da vsi spini kažejo v isto smer, torej je $< \vec{s_j} > = < \vec{s} >$. Dobimo:

$$\begin{aligned} H &= -J \textstyle\sum_i \vec{s_i} \sum_{jn.s.i} < \vec{s} > + g_0 \mu_B \sum_i \vec{s_i} \cdot \vec{B_0} = \\ &= \textstyle\sum_i \vec{s_i} (-J \sum_{jn.s.i} < \vec{s} > + g_0 \mu_B \vec{B_0}) \end{aligned} \tag{4}$$

Enačbo 4 prepišemo v obliko, ki nam je všeč oz. nam bo v nadaljevanju pokazala rešitev:

$$H = \sum_i \vec{s}_i g_0 \mu_B \left(-\frac{J}{g_0 \mu_B} \sum_{jn.s.i} < \vec{s} > + \vec{B}_0\right) \tag{5}$$

Uvedemo $\vec{M} = \frac{N}{V} < \vec{\mu} >$ in $\vec{\mu} = -g_0 \mu_B \vec{s}$, kjer je $\vec{\mu}$ magnetni moment:

$$H = \sum_i \vec{s}_i g_0 \mu_B \left(\frac{JVz}{g_0^2 \mu_B^2 N} \vec{M} + \vec{B}_0\right) = \sum_i \vec{s}_i g_0 \mu_B \vec{B_{ef}} \tag{6}$$

Vidimo, da je ta hamiltonian podoben tistemu pri paramagnetizmu, zato lahko napišemo magnetizacijo:

$$\vec{M} = \frac{N}{V} g_0 \mu_B j B_j (\beta g_0 \mu_B j \|\vec{B_{ef}}\|) \frac{\vec{B_{ef}}}{\|\vec{B_{ef}}\|} \tag{7}$$

Kjer je B_j, j-ta Brillouinova funkcija:

$$\begin{aligned} B_j(x) &= \tfrac{2j+1}{2j} \coth(\tfrac{2j+1}{2j} x) - \tfrac{1}{2j} \coth(\tfrac{1}{2j} x) \approx \\ &\approx \tfrac{(2j+1)^2-1}{12j^2} x - \tfrac{(2j+1)^4-1}{720j^4} x^3 + \mathcal{O}(x^5) \end{aligned} \tag{8}$$

Brillouinovo funkcijo smo razvili za majhne argumente, kar pomeni, da mora biti temperatura visoka ali polje majhno in temperatura v bližini kritične temperature.

Spontana magnetizacija

Poglejmo si primer v odsotnosti zunanjega polja ($\vec{B}_0 = 0$).

$$\begin{aligned} M &= M_0 B_j (\beta g_o \mu_B j B_{ef}) \\ M = M_0 \Big(\frac{(2j+1)^2-1}{12j^2} \beta g_o \mu_B j B_{ef} &- \frac{(2j+1)^4-1}{720} (\beta g_o \mu_B j B_{ef})^3 \Big) \end{aligned} \tag{9}$$

Kjer smo uvedli $M_0 = \frac{g_0 \mu_B N j}{V}$. Poglejmo magnetizacijo pri $M \approx 0$. Drugi člen ni toliko pomemben, se je pa potrebno zavedati $-$ predznaka:

$$\begin{aligned} M = M_0 \Big(\frac{j(j+1)}{3j^2} \beta g_o \mu_B j &\frac{JVz}{g_0^2 \mu_B^2 N} M - \dots \Big) \\ M &= \frac{(j+1)Jz}{3k_B T} M - \dots \end{aligned} \tag{10}$$

Ko bo koeficient pred M na desni strani enak 1 takrat smo ravno pri temperaturi prehoda $T = T_c$, torej velja:

$$T_c = \frac{(j+1)Jz}{3k_B} \tag{11}$$

Poglejmo še enkrat enačbo 9, vnesimo T_c, napišemo tudi drugi člen in celotno enačbo delimo z M. Dobimo kvadratno enačbo, jo rešimo in dobimo:

$$M = \pm\sqrt{\frac{5}{12}\frac{N}{V}g_0\mu_B\frac{4j(j+1)}{\sqrt{(2j+1)^2+1}}}\sqrt{\frac{T^2(T_c-T)}{T_c^3}} \tag{12}$$

Spomnimo se pogojev zaradi katerih smo lahko razvili $\coth(x):$ majhno polje in $T \approx T_c$. Torej pridemo do rešitve:

$$M = \pm\sqrt{\frac{5}{12}\frac{N}{V}g_0\mu_B\frac{4j(j+1)}{\sqrt{(2j+1)^2+1}}}\sqrt{\frac{(T_c-T}{T_c}} \tag{13}$$

Susceptibilnost

Poglejmo še susceptibilnost. coth razvijemo le do prvega reda in vstavimo B_{ef}. Tako enačbo 9 prepišemo v:

$$M = \frac{Ng_0\mu_B j(j+1)}{3V}(\beta\frac{JVz}{g_0\mu_B N}M + \beta g_0\mu_B B_0) \tag{14}$$

Iz te enačbe izrazimo magnetizacijo in pokrajšamo zapis tako da vpeljemo T_c iz enačbe 11:

$$M = \frac{N}{V}g_0^2\mu_B^2\frac{j(j+1)}{3k_B}\frac{B_0}{T-T_c} \tag{15}$$

Izračunajmo še susceptibilnost:

$$\chi = \mu_0\frac{\partial M}{\partial B_0}|_{B_0\to 0} = \mu_0\frac{N}{V}g_0^2\mu_B^2\frac{j(j+1)}{3k_B}\frac{1}{T-T_c} = \frac{C}{T-T_c} \tag{16}$$

Dobljeno enačbo imenujemo Curie-Weissov zakon in velja za $T > T_c$. Če bi v enačbi 14 upoštevali tudi drugi red razvoja $\coth(x)$ bi dobili tudi rešitev za $T < T_c$.