

2. KOLOKVIJ IZ KVANTNE MEHANIKE

15. januar 2021

1. Delec s spinom $S_1 = 1/2$ se giblje v potencialu težkega mirujočega delca s spinom $S_2 = 1/2$. Potencial, ki ga čuti, je odvisen od medsebojne orientacije spinov obeh delcev:

$$H = \frac{p_1^2}{2m_1} - \frac{\lambda}{\hbar^2} \delta(x_1) \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2.$$

- (a) Poišči sipalna lastna stanja z dobrim skupnim spinom obeh delcev.
- (b) Sestavi tako linearno kombinacijo stanj iz točke (a), da bo ta lastno stanje, ki opisuje sipanje delca v spinskem stanju $|\uparrow\rangle$ na mirujočem delcu v stanju $|\downarrow\rangle$.
- (c) Sipalne dogodke razdelimo v štiri skupine: (i) delec je prepuščen v spinskem stanju $|\uparrow\rangle$, (ii) delec je prepuščen v spinskem stanju $|\downarrow\rangle$, (iii) delec se odbije v spinskem stanju $|\uparrow\rangle$ in (iv) delec se odbije v spinskem stanju $|\downarrow\rangle$. Kako je delež dogodkov (ii) odvisen od energije? Pri kateri energiji zavzame največjo vrednost?
2. Izračunaj lastne energije in lastne funkcije Hamiltonjanov

- (a) $H_1 = \lambda (|1\rangle \langle 1| + |2\rangle \langle 2| + 2|2\rangle \langle 1| + 2|1\rangle \langle 2|)$ [Namig: zapiši lastno funkcijo kot linearno kombinacijo stanj $|1\rangle$ in $|2\rangle$ in jo vstavi v stacionarno Schrödingerjevo enačbo.]
- (b) in $H_2 = \lambda (|1\rangle \langle 1| + |2\rangle \langle 2| + 2|2\rangle \langle 1| + 2|1\rangle \langle 2| - |3\rangle \langle 3| - |4\rangle \langle 4| + 2|4\rangle \langle 3| + 2|3\rangle \langle 4|)$.

Obravnavaj lastne energije Hamiltonjana $H_3 = H_2 + \Delta (|1\rangle \langle 3| + |2\rangle \langle 4|) + \Delta^* (|3\rangle \langle 1| + |4\rangle \langle 2|)$:

- (c) Člene z amplitudami Δ in Δ^* obravnavaj kot motnjo. Poišči prve neničelne popravke k lastnim energijam iz točke (b).
- (d) Naj bo K operator kompleksne konjugacije, $K\alpha |i\rangle \langle j| = \alpha^* |i\rangle \langle j| K$; $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$, in $U = -|1\rangle \langle 4| - |4\rangle \langle 1| + |2\rangle \langle 3| + |3\rangle \langle 2|$. Izračunaj antikomutator $\{UK, H_3\}$.
- (e) Katera od lastnosti lastnih energij iz točke (c) zaradi točke (d) velja tudi za točne lastne energije Hamiltonjana H_3 ?