

# 1. KOLOKVIJ IZ KVANTNE MEHANIKE I

29. november 2013

1. Prost delec v eni dimenziji,

$$H = \frac{p^2}{2m},$$

je ob času  $t = 0$  v stanju z valovno funkcijo

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{15}{8a}} \left(1 - \left(\frac{2x}{a}\right)^2\right), & |x| < \frac{a}{2}, \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

- (a) Izračunaj pričakovane vrednosti operatorjev  $x$ ,  $x^2$ ,  $p$ ,  $p^2$  in  $xp + px$ .  
 (b) Izračunaj komutatorja  $[H, x]$  in  $[H, p]$ .

Operatorja položaja in gibalne količine delca v Heisenbergovi reprezentaciji sta  $x_H(t) = e^{\frac{i}{\hbar}Ht} x e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}$  in  $p_H(t) = e^{\frac{i}{\hbar}Ht} p e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}$ .

- (c) Pokaži, da velja  $[x_H(t)]^2 = [x^2]_H(t)$ .  
 (d) Izrazi operator  $x_H(t)$  z operatorjema  $x$  in  $p$ . Namig: Izračunaj  $\frac{d}{dt}x_H(t)$  in  $\frac{d}{dt}p_H(t)$ .  
 (e) Kako se s časom spreminja nedoločenost položaja delca?
2. Delec se giblje v dvodimenzionalnem harmonskem potencialu

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(4k)y^2.$$

- (a) Poišči lastne energije in določi degeneracije osnovnega, prvega vzbujenega in drugega vzbujenega stanja sistema.  
 (b) Zapiši operator komponente  $z$  vrtilne količine s kreacijskima in anihilacijskima operatorjema.  
 (c) Delec je v drugem vzbujenem stanju sistema. Določi najmanjšo možno nedoločenost komponente  $z$  njegove vrtilne količine.