

2. KOLOKVIJ IZ KVANTNE MEHANIKE I

21. januar 2013

1. Delca s spinoma $S_1 = 1$ in $S_2 = 1/2$ sta sklopljena s Heisenbergovo sklopitvijo,

$$H_0 = J\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2,$$

kjer je $J > 0$. Ob času $t = 0$ na prvi delec deluje kratek sunek,

$$H = H_0 + \lambda\delta(t)S_{1z}.$$

- (a) Poišči lastne energije in lastne funkcije Hamiltoniana H_0 . Lastne funkcije zapiši tudi v produktni bazi.
- (b) Izračunaj matrične elemente operatorja S_{1z} med lastnimi stanji operatorja H_0 .
- (c) Pred sunkom je bil sistem delcev v osnovnem stanju Hamiltoniana H_0 s komponento z skupnega spina enako $\frac{\hbar}{2}$,

$$(S_{1z} + S_{2z})|\psi, t\rangle = \frac{\hbar}{2}|\psi, t\rangle \text{ za } t < 0.$$

Kolikšna je verjetnost, da po sunku najdemo sistem v vzbujenem stanju Hamiltoniana H_0 ?

2. Delec se giblje v dvodimenzionalnem izotropnem harmonskem potencialu,

$$H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\mathbf{r}^2,$$

kjer je $\mathbf{r} = (x, y)$ in $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$, $p_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$, $p_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}$.

- (a) Zapiši energijo in valovne funkcije prvega vzbujenega stanja.
- (b) V prvem redu teorije motnje izračunaj popravke k energiji prvega vzbujenega stanja, če gibanje delca določa Hamiltonian z dodatnima členoma

$$H = H_0 + Axy + BL_z,$$

kjer je $L_z = xp_y - yp_x$ operator komponente z vrtilne količine delca. Namig: Hamiltonian zapiši s kreacijskimi in anihilacijskimi operatorji.

- (c) Poišči točne popravke k energijam prvega vzbujenega stanja za primer, ko je $B = 0$.