

1.A PISNI IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE
8. december 2023

1. Delec je ob času $t = 0$ v osnovnem stanju Hamiltonjana

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2,$$

kjer sta $p = -i\hbar \frac{d}{dx}$ in $k > 0$.

- (a) Izračunaj pričakovani vrednosti in nedoločenosti njegovega položaja in gibalne količine ob tem času.

Ob času $t = 0$ se potencial, v katerem se giblje delec, obrne:

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{1}{2}kx^2.$$

- (b) Izrazi operatorja v Heisenbergovi sliki $x(t) = e^{i\frac{H}{\hbar}t}xe^{-i\frac{H}{\hbar}t}$ in $p(t) = e^{i\frac{H}{\hbar}t}pe^{-i\frac{H}{\hbar}t}$ z operatorjema v Schrödingerjevi sliki x in p . Namig: izračunaj komutatorja $[H, x]$ in $[H, p]$, z njima izrazi $\frac{d}{dt}x(t)$ in $\frac{d}{dt}p(t)$ ter reši sistem diferencialnih enačb.
- (c) Kako se po času $t = 0$ spreminjajo pričakovani vrednosti in nedoločenosti položaja in gibalne količine delca?

2. Obravnavaj Hamiltonjan

$$H = \gamma(|a\rangle\langle b| + |b\rangle\langle a|) + \gamma'(|a\rangle\langle c| + |c\rangle\langle a| + |b\rangle\langle c| + |c\rangle\langle b|),$$

kjer stanja $|a\rangle$, $|b\rangle$ in $|c\rangle$ tvorijo ortonormirano bazo Hilbertovega prostora.

- (a) Pokaži, da operator $P = |b\rangle\langle a| + |a\rangle\langle b| + |c\rangle\langle c|$ komutira s Hamiltonjanom H .
- (b) Poišči lastne vrednosti in lastna stanja operatorja P .
- (c) Zapiši Hamiltonjan H v bazi lastnih stanj operatorja P .
- (d) Izračunaj lastne energije Hamiltonjana H .