

# 1. KOLOKVIJ IZ KVANTNE MEHANIKE I

11. december 2015

1. Gibanje delca opišemo s Hamiltonjanom

$$H = -\frac{\Delta E}{2} |0\rangle \langle 0| + \frac{\Delta E}{2} |1\rangle \langle 1|,$$

kjer stanji  $|0\rangle$  in  $|1\rangle$  tvorita ortonormirano bazo Hilbertovega prostora delca. Naj bo

$$|a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |1\rangle.$$

- Poišči stanje  $|b\rangle$  tako, da bosta tudi  $|a\rangle$  in  $|b\rangle$  tvorila ortonormirano bazo Hilbertovega prostora delca.
  - Poišči lastne vrednosti in lastne funkcije projektorja  $P_b = |b\rangle \langle b|$ .
  - Naj bo delec ob času  $t = 0$  v stanju  $|a\rangle$ . Izračunaj časovni razvoj valovne funkcije delca.
  - Ob času  $t > 0$  opravimo meritev operatorja  $P_b$ . Kakšni so možni rezultati meritve in s kolikšno verjetnostjo nastopijo?
  - Kakšen bi bil odgovor na vprašanje (d), če bi ob času  $t/2$  izmerili energijo delca in rezultata meritve ne bi izvedeli?
2. Delec v harmonskem potencialu,

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} kx^2,$$

je ob času  $t = 0$  v stanju z valovno funkcijo

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{4\sigma^2}},$$

kjer je  $\sigma \in \mathbb{R}$ .

- Izračunaj pričakovane vrednosti operatorjev  $x$ ,  $x^2$ ,  $p$ ,  $p^2$  in  $xp + px$  ob času  $t = 0$ .
- Izračunaj komutatorja  $[H, x]$  in  $[H, p]$ .
- Izrazi operatorja v Heisenbergovi sliki  $x(t)$  in  $p(t)$  z operatorjema  $x$  in  $p$ . Namig: Izračunaj  $\frac{d}{dt}x(t)$  in  $\frac{d}{dt}p(t)$ .
- Kako se s časom spreminjata pričakovani vrednosti in nedoločenosti položaja in gibalne količine delca? Nariši časovni odvisnosti obeh nedoločenosti.