

1. IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I
7. februar 2017

1. Elektron se giblje v dvodimenzionalnem harmonskem potencialu

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{k\mathbf{r}^2}{2} = \hbar\omega (a_x^\dagger a_x + a_y^\dagger a_y + 1).$$

Ob $t = 0$ je elektron v koherentnem stanju $|\psi\rangle = |\psi_x\rangle |\psi_y\rangle$, $a_x |\psi_x\rangle = \lambda |\psi_x\rangle$ in $a_y |\psi_y\rangle = i\lambda |\psi_y\rangle$, kjer je λ realno število.

- (a) Pokaži, da če sta valovni funkciji $\psi_1(x, t)$ in $\psi_2(y, t)$ rešitvi enodimenzionalnih časovno odvisnih Schrödingerjevih enačb s Hamiltonianoma $H_1(x)$ in $H_2(y)$, potem je njun produkt $\psi_1(x, t) \psi_2(y, t)$ rešitev časovno odvisne Schrödingerjeve enačbe s Hamiltonianom $H = H_1(x) + H_2(y)$.
- (b) Izračunaj časovni razvoj valovne funkcije elektrona. Namig: uporabi časovni razvoj koherentnega stanja enodimenzionalnega harmonskega oscilatorja.
- (c) Po kakšnem tiru se giblje pričakovana vrednost položaja elektrona $\langle \mathbf{r} \rangle$?
2. Delec s spinom 1 je v stanju

$$|\psi\rangle = i\sqrt{\frac{3}{6}} |1, 1\rangle + \sqrt{\frac{2}{6}} |1, 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} |1, -1\rangle,$$

kjer smo valovno funkcijo delca razvili po lastnih stanjih operatorjev kvadrata velikosti (\mathbf{S}^2) in komponente z (S_z) spina delca.

- (a) Pokaži, da so valovne funkcije $|1, 1\rangle$, $|1, 0\rangle$ in $|1, -1\rangle$ tudi lastne funkcije operatorja S_z^2 !
- (b) Izračunaj pričakovano vrednost operatorja S_z^2 !
- (c) Kakšni so možni izidi meritve operatorja S_z^2 ? S kolikšno verjetnostjo izmerimo vsakega od teh rezultatov?
- (d) V kakšnem stanju je delec takoj po meritvi operatorja S_z^2 , če je bil rezultat te meritve \hbar^2 ?
- (e) Zapiši lastna stanja operatorja S_x^2 v bazi z dobrima \mathbf{S}^2 in S_z ! Namig: izrazi operator S_x z operatorjema S_\pm !
- (f) Po meritvi (d) opravimo še meritev operatorja S_x^2 . S kolikšno verjetnostjo izmerimo rezultat 0?