

2. IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I

3. junij 2013

1. Hamiltonian, ki opisuje nevtrinske oscilacije med mionskimi in tauonskimi nevtrini, je v mirovnem sistemu

$$H = \begin{pmatrix} m_\mu c^2 & \alpha \\ \alpha & m_\tau c^2 \end{pmatrix},$$

kjer sta m_μ in m_τ masi obeh nevtrinov, α pa mešalni matrični element.

- (a) Poišči lastni energiji Hamiltoniana.
 (b) Pokaži, da lahko Hamiltonian zapišemo v obliki

$$H = E_0 I + \lambda \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n},$$

kjer je I identiteta, $\boldsymbol{\sigma}$ vektor Paulijevih matrik in \mathbf{n} enotski vektor. Določi E_0 , λ in \mathbf{n} .

- (c) Ob času $t = 0$ je delec v stanju $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (mionski nevtrino). Kolikšna je verjetnost, da bo ob času t delec v stanju $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (tauonski nevtrino)? Namig: uporabi operator časovnega razvoja $\exp(-i\frac{H}{\hbar}t)$.

2. Delec se giblje po sferični lupini s polmerom R ,

$$H = \frac{\mathbf{L}^2}{2mR^2},$$

kjer je \mathbf{L} operator vrtilne količine delca. Delec je ob $t = 0$ v stanju z valovno funkcijo $\psi(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{2}Y_{00}(\vartheta, \varphi) + i\frac{\sqrt{3}}{2}Y_{10}(\vartheta, \varphi)$, kjer so $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ sferni harmoniki.

- (a) Poišči lastne energije in lastne funkcije osnovnega in prvega vzbujenega stanja sistema.
 (b) Kako se s časom spreminja pričakovana vrednost koordinate z delca?
 (c) Ob času $t = 0$ opravimo meritev komponente x vrtilne količine delca. Kakšni so možni rezultati meritve in s kolikšno verjetnostjo nastopijo?