

1. KOLOKVIJ IZ KVANTNE MEHANIKE I

28. november 2012

1. Delec se giblje v enodimenzionalnem potencialu

$$V(x) = -\lambda\delta(x),$$

kjer je $\lambda > 0$.

- (a) Ob času $t = 0$ je delec v osnovnem stanju sistema.

- i. Kolikšni sta pričakovana vrednost in nedoločenost njegove energije?
- ii. Ob času $t = 0$ opravimo meritev položaja delca. S kolikšno verjetnostjo najdemo takoj po meritvi delec v območju $|x| > \frac{\hbar^2}{m\lambda}$?
- iii. Ob času $t = 0$ opravimo meritev energije delca. Kakšni so možni rezultati meritve in s kolikšno verjetnostjo nastopijo?
- iv. Kaj pa, če meritev energije opravimo ob poznejšem času $t > 0$?

- (b) Delec je ob času $t = 0$ v stanju z valovno funkcijo $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\sigma^2}\right)$.

- i. Ob času $t = 0$ opravimo meritev energije delca. S kolikšno verjetnostjo bo takoj po meritvi delec v osnovnem stanju sistema?
- ii. Kaj pa, če meritev energije opravimo ob poznejšem času $t > 0$?

2. Delec v enodimenzionalnem harmonskem potencialu,

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2,$$

je ob času $t = 0$ v stisnjenem stanju ("squeezed state"), za katerega velja

$$\left(z \frac{x}{x_0} + i \frac{p}{p_0}\right) |\psi\rangle = 0,$$

kjer je z kompleksno število ($\text{Re}\{z\} > 0$), $x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$, $p_0 = \frac{\hbar}{x_0}$ in $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

- (a) Kolikšna sta pričakovana vrednost in nedoločenost položaja delca v takem stanju? Namig: Zapiši zgornjo enačbo v koordinatni reprezentaciji.
- (b) Delec, ki je ob času $t = 0$ stisnjenem stanju, ostane v stisnjenem stanju tudi ob poznejših časih. Velja torej

$$\left(z(t) \frac{x}{x_0} + i \frac{p}{p_0}\right) |\psi, t\rangle = 0,$$

kjer je $z(t)$ kompleksno število. Dokaži to trditev in poišči $z(t)$. Namig: Pokaži, da velja

$$\left(z \frac{x(t)}{x_0} + i \frac{p(t)}{p_0}\right) |\psi, t\rangle = 0,$$

kjer sta $x(t) = e^{-i\frac{H}{\hbar}t} x e^{i\frac{H}{\hbar}t}$ in $p(t) = e^{-i\frac{H}{\hbar}t} p e^{i\frac{H}{\hbar}t}$, ter reši diferencialni enačbi za $\dot{x}(t)$ in $\dot{p}(t)$.

- (c) Delec je ob času $t = 0$ v osnovnem stanju Hamiltoniana H . Ob času $t = 0$ spremenimo potencial, tako da je Hamiltonian za čase $t > 0$ enak

$$\tilde{H} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}\tilde{k}x^2.$$

Kako se s časom spreminjata pričakovana vrednost in nedoločenost položaja delca?