

1.A PISNI IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE  
9. december 2022

1. Delec je do časa  $t = 0$  v osnovnem stanju Hamiltonjana

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} - \lambda \delta(x - x_0),$$

kjer sta  $p = -i\hbar \frac{d}{dx}$  in  $\lambda > 0$ . Ob času  $t = 0$

- (a) zapiši energijo in valovno funkcijo delca ter
- (b) izračunaj pričakovani vrednosti in nedoločenosti njegovega položaja in gibalne količine.

Ob času  $t = 0$  se potencial, v katerem se giblje delec, spremeni v harmonskega,

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2.$$

- (c) Izrazi operator v Heisenbergovi sliki  $x(t) = e^{i\frac{H}{\hbar}t} x e^{-i\frac{H}{\hbar}t}$  z operatorjema v Schrödingerjevi sliki  $x$  in  $p$ . Namig: izračunaj komutatorja  $[H, x]$  in  $[H, p]$ , z njima izrazi  $\frac{d}{dt}x(t)$  in  $\frac{d}{dt}p(t)$  ter reši sistem diferencialnih enačb. Ali pa uporabi anihilacijski in kreacijski operator v Heisenbergovi sliki.
  - (d) Kako se po času  $t = 0$  spreminjata pričakovana vrednost in nedoločenost položaja delca?
2. Obravnavaj gibanje delca v izotropnem dvodimenzionalnem harmonskem potencialu,

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{k\mathbf{r}^2}{2},$$

kjer sta  $\mathbf{p} = \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}\right)$  in  $\mathbf{r} = (x, y)$ .

- (a) Določi energijo in degeneracijo drugega vzbujenega stanja ter zapiši bazo podprostora, ki pripada temu energijskemu nivoju.
- (b) Dokaži, da Hamiltonjan  $H$  in operator kvadrata komponente  $z$  vrtilne količine delca  $L_z^2$  komutirata.
- (c) Poišči bazo podprostora iz točke (a), sestavljeno iz lastnih funkcij operatorja  $L_z^2$ .
- (d) Delec je v stanju  $|20\rangle$  Hamiltonjana  $H$ . Za koliko časa moramo vklopiti dodaten člen v Hamiltonjanu  $\gamma L_z^2$ , da bo po izklopu tega člena delec v stanju  $|02\rangle$  Hamiltonjana  $H$ ?