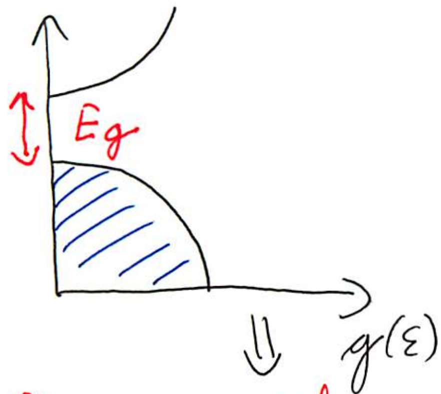
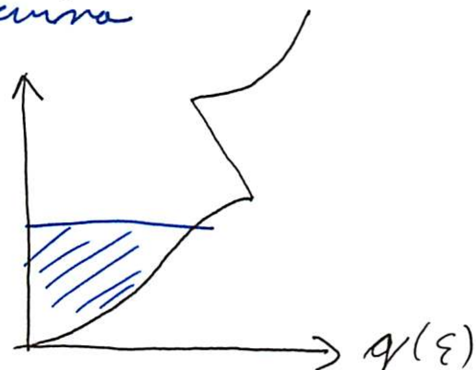
Homogeni polprevodniki

Zapolnjen $\longleftrightarrow$ delno zapolnjen pas

izolator kovina



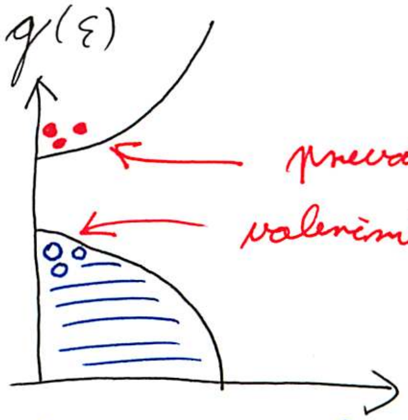


$\Downarrow$

Eg – energijska reža;

Izolator le pri $T=0$

Kovina $T \Rightarrow$ $\Rightarrow$



prevodni pas

valenčni pas

Ocena: $k_B T \cong 0{,}025\,eV$ pri sobni temperaturi!

Število ~~nosilcev~~ e^-, vzbujenih v prevodni pas:

$$n_c \propto e^{-\frac{E_g}{2k_BT}} \quad (\text{? sledi kasneje})$$

$E_g = 4\,eV \Rightarrow \quad n_c \propto e^{-80} \approx 10^{-35}$ Izolator

$E_g = 0{,}25\,eV \quad n_c \propto e^{-5} \approx 10^{-2}$ Polprevodnik!!

Polprevodnik je pri $T=0$ izolator, pri $T>0$ termične ekscitacije vodijo do merljive prevodnosti!

$E_g < 2\,eV$ (tipično) Spec. upornost pri sobni T

Spec. upor.	Kovina	Polprevodnik	Izolator
ρ [Ω cm]	10^{-6}	$10^{-3} - 10^{9}$	10^{22}

Pomembna razlika med kovino in polprevodnikom:

- Kovina $\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$; se manjša z naraščanjem T

  a.) n ni odvisna od T

  b.) τ pada z večanjem T (sipanje na mrežnih nihanjih)

- Polprevodnik σ močno narašča z večanjem T, ker

  $n \propto e^{-\frac{E_g}{2k_BT}}$ gostota nosilcev narašča!

Primeri:

Kristali s kovalentno vezjo

IV skupina: (C), Si, Ge, (Sn), (Pb)

izolator — le ena od možnosti — kovina

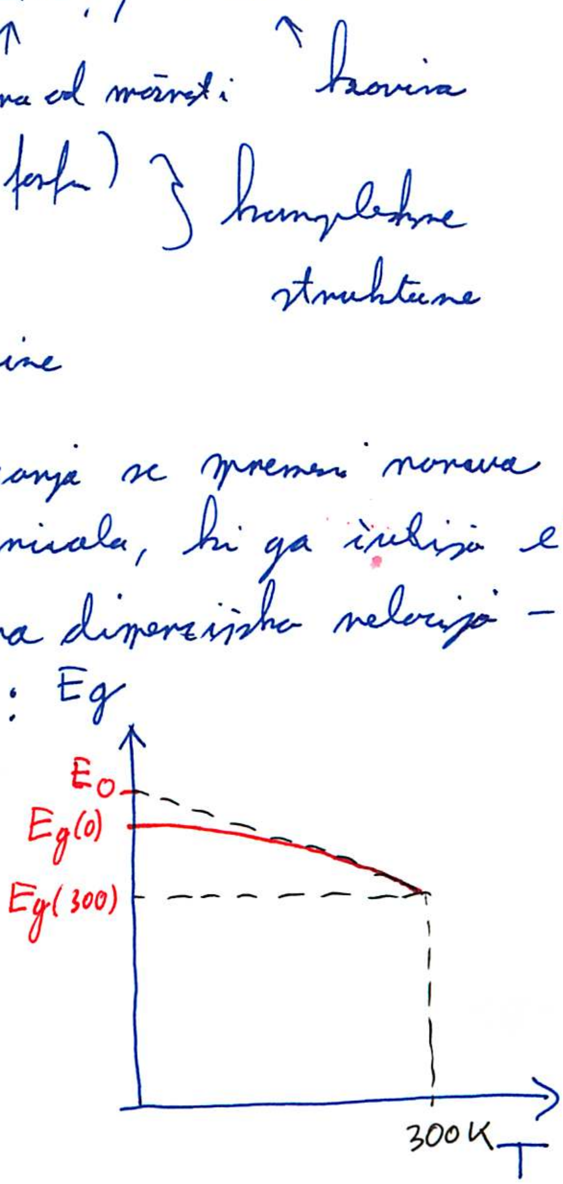
Tudi B, Se, Te, P (rdeči fosfor) } kompleksne strukture

Bor, Selen, Telur

Spojine elementa iz III in V skupine

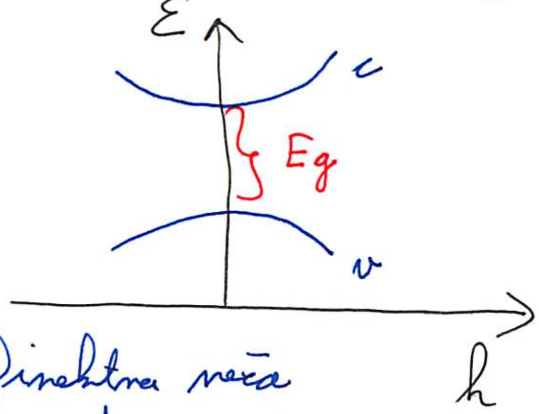
$E_g = E_g(T)$: a.) zaradi T raztezanja se spremeni narava periodičnega potenciala, ki ga čuti e^-

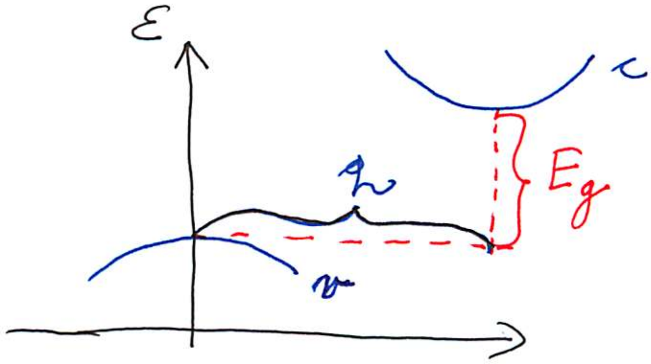
b.) vpliv fononov na disperzijsko relacijo - struktura pasov:



	$E_g(300)$	$E_g(0)$	E_0
Si	1,12	1,17	1,2
Ge	0,67	0,75	0,78
GaAs	1,4		1,5
Te	0,35		
B	1,5		
InAs	0,35	0,43	0,44

Kako izmerimo E_g?





a) Direktna reža

- Pri $\hbar\omega_f > E_g$ se močno poveča absorbcija svetlobe $\Rightarrow E_g$

b.) Indirektna

Mora sodelovati še (absorbcija) FONONA fonona, ki dopiše manjkajoči $\vec{q}$: $\hbar\omega_f = E_g - \underbrace{\hbar\omega(\vec{q})}_{\text{fononska energija}}$

$$hc = 4{,}1\cdot 10^{-15}\,\mathrm{eVs}\cdot 3\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1{,}2\cdot 10^{-6}\,\mathrm{eVm}$$

$$\lambda_f^{-1} = \frac{E_f}{hc} = \frac{E_f[\mathrm{eV}]\cdot 10^{6}}{\cancel{3}\ 1{,}2}\,[\mathrm{m}^{-1}]$$

Vzemimo $E_f \sim E_g \sim 0{,}3 \Rightarrow \lambda_f = 4\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} \Rightarrow k_f = \frac{2\pi}{\lambda} = 1{,}5\cdot 10^{6}\,\mathrm{m}^{-1}$

$K \cong \frac{2\pi}{a} = 6\cdot 10^{10}\,\mathrm{m}^{-1} \Rightarrow \boxed{k_f \ll K}$! ; $k_F = (10^{-3} \sim 10^{-4})K$

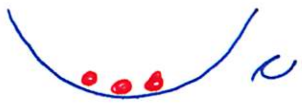
c.) Pri zelo nizki T $\sigma \propto n_c \propto e^{-\frac{E_g}{2k_BT}}$

$\Rightarrow E_g = -2k_BT\ln\sigma$

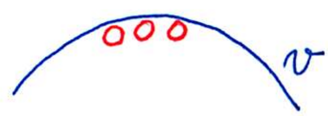
- Ker je v prevodnem pasu zelo malo e^- oziroma v valenčnem pasu zelo malo vrzeli, so le-ti na dnu (vrhu) pasu, kjer lahko $\mathcal{E}(k)$ razvijemo v vrsto!

$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \mathcal{E}_c + \frac{\hbar^2}{2}\sum_{\mu\nu} k_\mu \left(\underline{M}^{-1}\right)_{\mu\nu} k_\nu$$ elektroni

$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \mathcal{E}_v - \frac{\hbar^2}{2}\sum_{\mu\nu} k_\mu \left(\underline{M}^{-1}\right)_{\mu\nu} k_\nu$$ vrzeli



Ker je dodatno $\underline{M}^{-1}$ realna in simetrična $\Rightarrow$



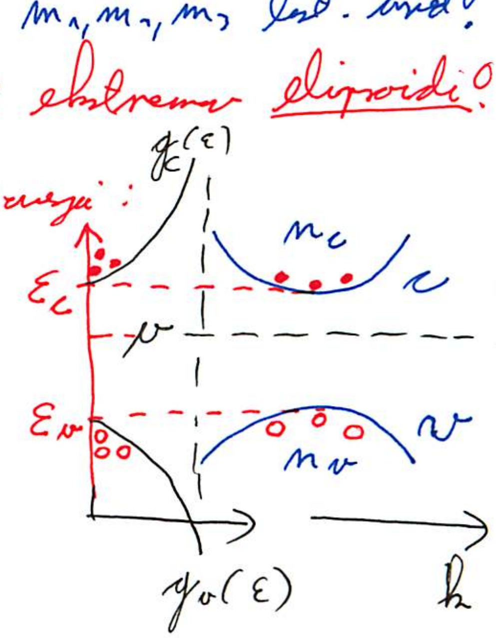
$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \mathcal{E}_c + \frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{k_1^2}{m_1} + \frac{k_2^2}{m_2} + \frac{k_3^2}{m_3}\right)$$

$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \mathcal{E}_v - \frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{k_1^2}{m_1} + \frac{k_2^2}{m_2} + \frac{k_3^2}{m_3}\right)$$

1, 2, 3: lastne osi tenzorja $\underline{M}^{-1}$!
m_1, m_2, m_3 last. vred.!

V splošnem so ploskve konst. energije okoli ekstrema elipsoidi!

- Število nosilcev (nabojev) v termičnem ravnovesju:
- Čist polprevodnik (brez primesi)



negativne

$$n_c(T) = \int_{\mathcal{E}_c}^{\infty} d\varepsilon\, g_c(\varepsilon) \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{k_BT}} + 1}$$

$$p_v(T) = \int_{-\infty}^{\mathcal{E}_v} d\varepsilon\, g_v(\varepsilon)\left[1 - \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{k_BT}} + 1}\right]$$

$$\boxed{E_g = \mathcal{E}_c - \mathcal{E}_v}$$

pozitivne

$$p_v(T) = \int_{-\infty}^{\mathcal{E}_v} d\varepsilon\, g_v(\varepsilon) \frac{1}{e^{\frac{\mu-\varepsilon}{k_BT}} + 1}$$

Predpostavka: $\mathcal{E}_c - \mu \gg k_BT$ in $\mu - \mathcal{E}_v \gg k_BT$

Pri 300 K; $k_BT = 0{,}025\,\mathrm{eV}$

Predpostavko bomo nadaljno poenostavili

$$\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{k_BT}}+1}\approx e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{k_BT}} \qquad \varepsilon>\varepsilon_c$$

$$\frac{1}{e^{\frac{\mu-\varepsilon}{k_BT}}+1}\approx e^{-\frac{\mu-\varepsilon}{k_BT}} \qquad \varepsilon<\varepsilon_v$$

Nedegeneriran polprevodnik!

$$n_c(T)=\underbrace{\int_{\varepsilon_c}^{\infty}d\varepsilon\, g_c(\varepsilon)\, e^{-\frac{\varepsilon-\varepsilon_c}{k_BT}}}_{N_c(T)}\cdot e^{-\frac{\varepsilon_c-\mu}{k_BT}}$$

$$p_v(T)=\underbrace{\int_{-\infty}^{\varepsilon_v}d\varepsilon\, g_v(\varepsilon)\, e^{-\frac{\varepsilon_v-\varepsilon}{k_BT}}}_{P_v(T)}\; e^{-\frac{\mu-\varepsilon_v}{k_BT}}$$

$$n_c(T)=N_c(T)\,e^{-\frac{\varepsilon_c-\mu}{k_BT}}$$

$$p_v(T)=P_v(T)\,e^{-\frac{\mu-\varepsilon_v}{k_BT}}$$

$N_c(T)$ in $P_v(T)$ se počasneje spreminjajo s T kot eksponentni faktorji

N_c in P_v je moč v okviru kvadratične aprox. izračunati, saj sta zasedena le stanja do k_BT nad dnom (vrhom) pasu $\Rightarrow \varepsilon(k)\propto k^2$

$$g_{c,v}(\varepsilon)=\sqrt{2|\varepsilon-\varepsilon_{c,v}|}\,\frac{m_{c,v}^{\frac{3}{2}}}{\pi^2\hbar^3}$$

$$\frac{d^3k}{4\pi^3}=g(\varepsilon)\,d\varepsilon$$

$$\varepsilon=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$$

okoli dna pasu

$$N_c(T)=\int_{\varepsilon_c}^{\infty}\frac{d\varepsilon}{k_BT}\,\frac{m_c^{3/2}}{\pi^2\hbar^3}\,\frac{\sqrt{2(\varepsilon-\varepsilon_c)}}{\sqrt{k_BT}}\;e^{-\frac{\varepsilon-\varepsilon_c}{k_BT}}$$

$$x=\frac{\varepsilon-\varepsilon_c}{k_BT}\Rightarrow N_c(T)=\frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_c k_BT}{\hbar^2}\right)^{3/2}\underbrace{\int_0^{\infty}dx\,x^{\frac{1}{2}}e^{-x}}_{\boxed{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}}$$

$$N_c(T)=\frac{1}{4}\left(\frac{2m_ck_BT}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

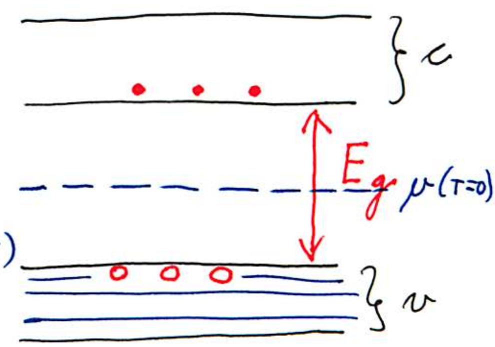
$$P_v(T)=\frac{1}{4}\left(\frac{2m_vk_BT}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

$$N_c(T)=2{,}5\left(\frac{m_c}{m}\right)^{3/2}\left(\frac{T}{300K}\right)^{3/2}\times10^{19}\,cm^{-3}$$

$$P_v(T)=\dots\left(\frac{m_v}{m}\right)^{3/2}\dots\dots\dots$$

$$n_cp_v=N_c(T)P_v(T)\,e^{-\frac{E_g}{k_BT}}$$

Produkt n_cp_v NE ODVISEN OD μ!



Čist polprevodnik:

(Ni primesi (nečistoč)) $n_c(T)=p_v(T)=n_i(T)$

$$n_i(T)=\sqrt{N_c(T)P_v(T)}\;e^{-\frac{E_g}{2k_BT}}$$

$$n_i(T)=\frac{1}{4}\left(\frac{2k_BT}{\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}(m_cm_v)^{\frac{3}{4}}\,e^{-\frac{E_g}{2k_BT}}$$

Izračun μ:

$$N_c(T)\, e^{-\frac{\varepsilon_c-\mu}{k_BT}} = P_v(T)\, e^{-\frac{(\mu-\varepsilon_v)}{k_BT}} \quad \Big| \ln$$

$$n_c(T) = p_v(T) \; !$$

$$\Downarrow$$

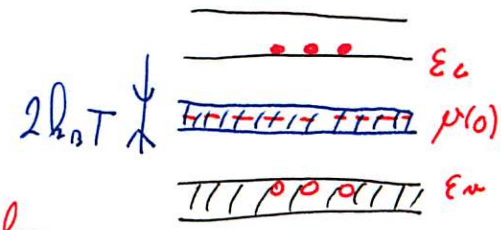
$$\varepsilon_c = \varepsilon_v + E_g$$

$$2\mu = \varepsilon_c + \varepsilon_v + k_BT \ln \frac{P_v}{N_c}$$

$$\mu = \mu_i = \varepsilon_v + \frac{1}{2}E_g + \frac{k_BT}{2} \ln \frac{P_v}{N_c}$$

Čist polprevodnik $\mu_i = \varepsilon_v + \frac{1}{2}E_g + \frac{3}{4}k_BT \ln \frac{m_v}{m_c}$

- $\mu(T=0) = \varepsilon_v + \frac{1}{2}E_g$! Leži točno na sredini med ε_v in ε_c !
- ker je $\ln \frac{m_v}{m_c} \sim 1$ (reda velikosti) $\Rightarrow$ $\mu(T)$ bo le $\sim k_BT$ stran od $\varepsilon_v + \frac{1}{2}E_g$!



Dokler velja $k_BT >> E_g \Rightarrow$ nedegeneriran polp.

oz. $\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{k_BT}}+1} \approx e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{k_BT}}$ $\varepsilon > \varepsilon_c$ dobro velja !

$$N_c \, e^{-\beta(\varepsilon_c-\mu_i)} = \sqrt{N_c P_v}\, e^{-\frac{\beta E_g}{2}}$$ Pri pregeju $n_i = n_c = p_v$!

$$e^{-\beta \varepsilon_c} = \sqrt{\frac{P_v}{N_c}}\, e^{-\beta \mu_i}\, e^{-\frac{\beta E_g}{2}} \; !$$

$$n_c = N_c \, e^{-(\varepsilon_c-\mu)} = e^{\beta\mu}\, N_c \sqrt{\frac{P_v}{N_c}}\, e^{-\beta\mu_i}\, e^{-\frac{\beta E_g}{2}} =$$

$$= e^{\beta(\mu-\mu_i)} \underbrace{\sqrt{N_c P_v}\, e^{-\frac{\beta E_g}{2}}}_{n_i} = e^{\beta(\mu-\mu_i)}\, n_i$$

- Vpliv nečistoč

Nečistoče predstavljajo izvor nosilcev naboja ⇒

$$n_c - p_v = \Delta n \neq 0 \qquad (a)$$

Še vedno pa velja: $n_c p_v = n_i^2$ (b)

Torej: produkt je neodvisen od lege kemičnega potenciala v 0!

Iz (a) in (b) sledi: (

$$\begin{Bmatrix} n_c \\ p_v \end{Bmatrix} = \frac{1}{2}\sqrt{\Delta n^2 + 4n_i^2} \pm \frac{1}{2}\Delta n$$

$\frac{\Delta n}{n_i}$ je merilo za vpliv nečistoč.

Iden velja: $n_c = e^{\beta(\mu-\mu_i)} n_i$ ter $p_v = e^{-\beta(\mu-\mu_i)} n_i$

To je dovolj, da se zavedamo, da je $n_c \propto e^{\beta\mu}$ ter $p_v \propto e^{-\beta\mu}$, poleg tega mora biti produkt $n_c p_v = n_i^2$.

$$\frac{\Delta n}{n_i} = 2\sinh\beta(\mu-\mu_i)$$

Če velja $E_g \gg k_B T$ ⇒ μ_i je daleč od ε_c in ε_v ⇒ zadošča pogoju za nedegeneriran polprevodnik 0 ⇒ tudi μ zadošča istemu pogoju, če le ni Δn več redov velikosti večji od n_i.

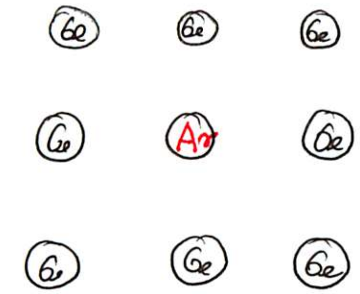
Zadosten pogoj nedegeneriranosti lahko še vedno velja $\Delta n \gg n_i$ ⇒ manjšinski $n_c(p_v) \propto \left(\frac{n_i}{\Delta n}\right)^2$ ⇒ govorimo o n-tipu ali p-tipu

– Nivoji nečistoč

– donorji: prispevajo dodatne e^- v prevodni pas

– akceptorji: –||– –||– vrzeli v valenčni pas

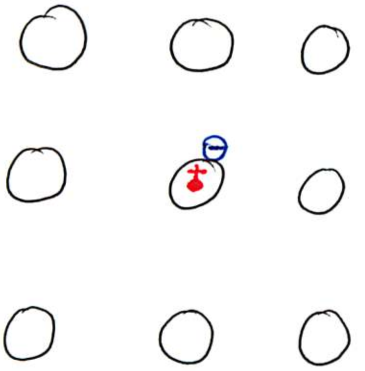
Primer IV skupine – polprevodnik iz Ge (4e v zun. orb.)



Ge: $4s^2 4p^2$

As: $4s^2 4p^3$

Namesto 4 e (Ge), As prispeva 5e v valenčni pas. Ta odda 5e ⇒ dodatni (+) naboj glede na sosednji at. Ge.



As lahko obravnavamo kot "Ge" atom z dodatnim (+) nabojem!

Ge ⇒ N_d fiksiranih dodatnih centrov z (+) nabojem, ki so porazdeljeni NAKLJUČNO!

Ti centri vežejo vsak po en dodatni (−) naboj.

Nečistočo lahko obravnavamo kot H atom vendar:

1.) Z upoštevanjem dielektrične konstante $\varepsilon \sim 16$ (Ge)

a.) Velika ε je posledica "ozke" energijske reže. Če bi bila $E_g \to 0 \Rightarrow$ prevodnik $\Rightarrow \varepsilon \to \infty$ (V kovini ni el. polja, [illegible] toka!)

b.) ε lahko doseže celo vrednosti ~200, bolj tipično: 10~20

2.) Z upoštevanjem efektivne mase m^*! saj se e^- nahaja v nivojih blizu minimuma, kjer lahko $E_c(k)$ razvijemo v kvadratno formo!

"Bohrov" radij nečistoče:

$$\boxed{r_0 = \frac{m}{m^*}\,\varepsilon\, a_0} \;;\qquad a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m e^2} \approx 0{,}53\cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$$

dielekt

ter

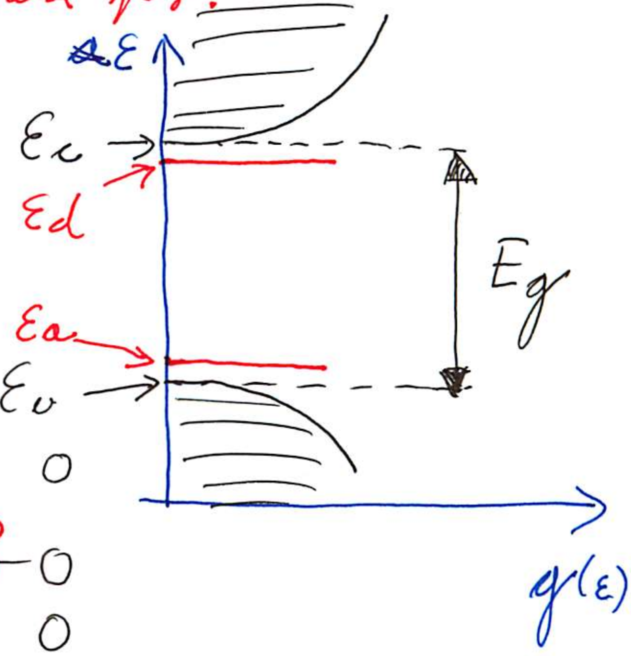
$$\boxed{\mathcal{E}_d = \frac{m^*}{m}\frac{1}{\varepsilon^2}R_y} \;;\qquad R_y = \frac{\hbar^2}{2 m a_0^2} \approx 13{,}6\,\mathrm{eV}$$

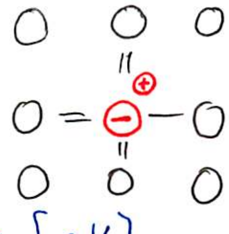
$\mathcal{E}$ je tipično $\ll R_y$; Prim. Ge ter As: $\mathcal{E} = 0{,}0127\,\mathrm{eV}$

Nečistoča veže dodatni naboj (el. v prim. As v Ge) z zelo majhno vez. energijo ⇒ le ta predstavlja ionizacijsko energijo za prehod e^- od okolice nečistoče v prevodni pas.

$\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_d \ll E_g$!

$\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_v \ll E_g$!





Akceptorji (III) v Si in Ge

$\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_v$ [eV]

	B	Al	Ga	In
Si	0,046	0,057	0,065	0,16
Ge	0,0104	0,0102	0,0108	0,0112

Donorji (V) $\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_d$

	P	As	Sb (Antimon)
Si	0,044	0,049	0,039
Ge	0,012	0,0127	0,0096

Vsi (donorski ali akceptorski) nivoji so zelo blizu (prevodnih oz. valenčnih) pasov, vendar "znotraj" energijske reže. Termične ekscitacije bodo že pri nizkih T vzbudile el. ali vrzeli v $\mathcal{E}_c$ oz. $\mathcal{E}_a$

- Zasedenost nivojev nečistoč

a.) ni interakcije med e^- ali e^+, ki zasedajo sosednji nivoji nečistoč.

št. nečistoč; zasedenost enega

b.) $n_d = N_d \langle n \rangle$

a.) Donorski nivoji: $$\langle n \rangle = \frac{\sum_j N_j e^{-\beta(E_j-\mu N_j)}}{\sum e^{-\beta(E_j-\mu N_j)}}$$

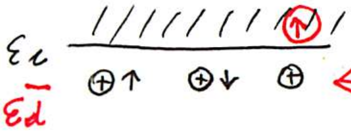
E_j in N_j sta energija ter št. e^- v stanju j. μ: kem. pot.

Donorski nivo: 3 stanja $|0\rangle$, $|\uparrow\rangle$ ali $|\downarrow\rangle$

Stanje $|\uparrow\downarrow\rangle$ ima zaradi Coulombskega odboja dosti višjo energijo

As: $4s^2 3p^3$

$$\langle n \rangle = \frac{2e^{-\beta(\varepsilon_d-\mu)}}{1+2e^{-\beta(\varepsilon_d-\mu)}} = \frac{1}{\frac{1}{2}e^{\beta(\varepsilon_d-\mu)}+1}$$



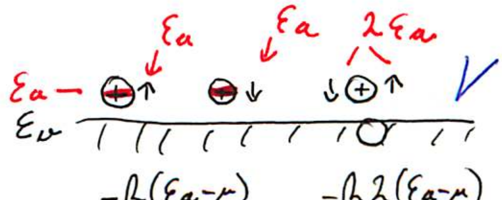
← od praznega mesta ($|0\rangle$); prazno mesto nič ne doprinese k energiji

$$n_d = N_d \langle n \rangle = \frac{N_d}{\frac{1}{2}e^{\beta(\varepsilon_d-\mu)}+1}$$

b.) Akceptorski nivoji Ga: $4s^2 3p^1$, In: $5s^2 5p^1$, Al $3s^2 3p^1$

Iz elektronskega stališča je akceptorski nivo dvojno zaseden ali enkrat zaseden $|\uparrow\rangle$ ali $|\downarrow\rangle$, $\hat{N}_j$: $|\uparrow\downarrow\rangle$ z energijo ε_a nad dvojno zasedenostjo

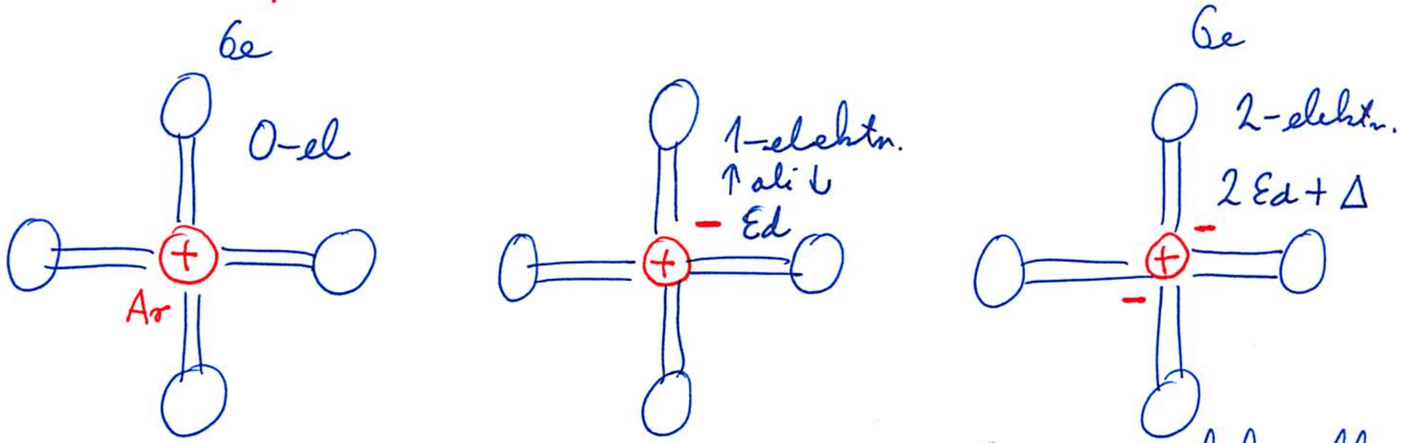
$$\langle n \rangle = \frac{2e^{\beta\mu} + 2e^{-\beta(\varepsilon_a-2\mu)}}{2e^{\beta\mu} + e^{-\beta(\varepsilon_a-2\mu)}} = \frac{e^{\beta(\mu-\varepsilon_a)}+1}{\frac{1}{2}e^{\beta(\mu-\varepsilon_a)}+1}$$



ali: $$\langle n \rangle = \frac{2e^{-\beta(\varepsilon_a-\mu)} + 2e^{-\beta 2(\varepsilon_a-\mu)}}{2e^{-\beta(\varepsilon_a-\mu)} + e^{-\beta 2(\varepsilon_a-\mu)}}$$

Dodatna razlaga: Donorski nivo

As … $4s^2\,3p^3$ v Ge:



Δ: Coulombski odboj

$\oplus$: As … $4s^2\,3p^2$

dve orientaciji spina, $N_j=1$ $\qquad$ $N_j=2$

$$\langle n\rangle = \frac{2e^{-\beta(\varepsilon_d-\mu)} + 2e^{-\beta(2\varepsilon_d-2\mu+\Delta)}}{1+2e^{-\beta(\varepsilon_d-\mu)}+e^{-\beta(2\varepsilon_d-2\mu+\Delta)}} =$$

$$= \frac{1+e^{-\beta(\varepsilon_d-\mu+\Delta)}}{\frac{1}{2}e^{\beta(\varepsilon_d-\mu)}+1+\frac{1}{2}e^{-\beta(\varepsilon_d-\mu+\Delta)}}$$

$$\Delta\to\infty \Rightarrow \quad \langle n\rangle = \frac{1}{\frac{1}{2}e^{\beta(\varepsilon_d-\mu)}+1}$$

Število vrzeli v akceptorskem nivoju:

$$\langle p \rangle = 2 - \langle n \rangle \quad \text{ter} \quad p_a = N_a \langle p \rangle$$

število a nečistoč

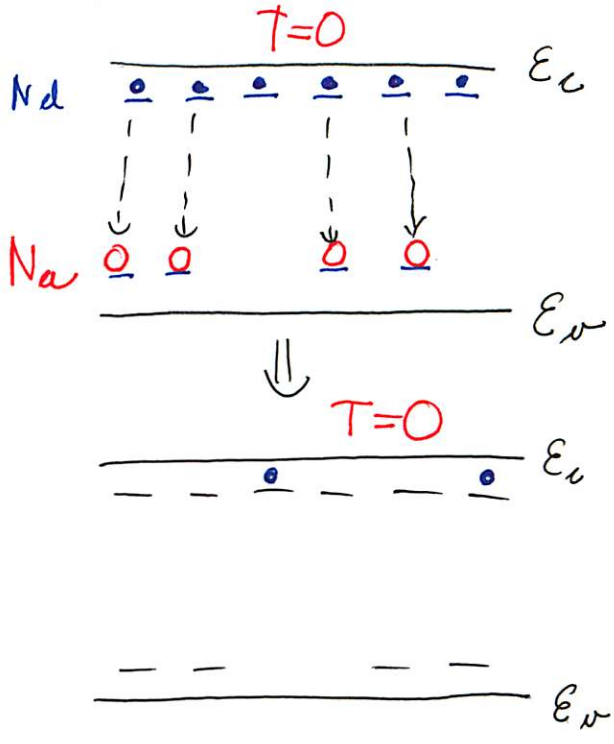
$$p_a = \frac{N_a}{\frac{1}{2} e^{\beta(\mu - \varepsilon_a)} + 1}$$

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\beta(\varepsilon_d - \mu)} + 1}$$

- Ravnovesne gostote nosilcev naboja v dopiranih polprevodnikih

N_d - donorskih nivojev

N_a - akceptorskih nivojev



$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{Pri } T=0: & \text{za } N_d > N_a \\ n_d = N_d - N_a & p_a = 0 \\ n_c = 0 & p_v = 0 \end{array}}$$

e^- iz donorskih nivojev zapolnijo vrzeli na akceptorskih nivojih. } Ostane $N_d - N_a$ e^- v donorskih nivojih!

Pri $T \neq 0 \Rightarrow$

$$n_d + n_c = N_d - N_a + p_v + p_a$$ } Ohranitev št. e^- !

S pomočjo zgornji enačbe ter zvez za $n_c(T)$, $p_v(T)$, $n_d(T)$ ter $p_a(T)$ $\Rightarrow$ $\mu(T)$!

Približek:

a.) $\left.\begin{array}{l} \varepsilon_d - \mu \gg k_B T \\ \mu - \varepsilon_a \gg k_B T \end{array}\right\}$ nivoji nečistoč so skoraj popolnoma ionizirani $\Rightarrow n_d \ll N_d$

ter $p_a \ll N_a$

$$n_c - p_v = N_d - N_a = \Delta n \; ; \quad \boxed{n_c \cdot p_v = n_i^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l} n_c \\ p_v \end{array}\right\} = \frac{1}{2}\sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4 n_i^2} \pm \frac{1}{2}(N_d - N_a)$$

$$\frac{N_d - N_a}{n_i} = 2 \sinh \beta(\mu - \mu_i)$$

- Limita "čistega" polprevodnika: $n_i \gg N_d - N_a$

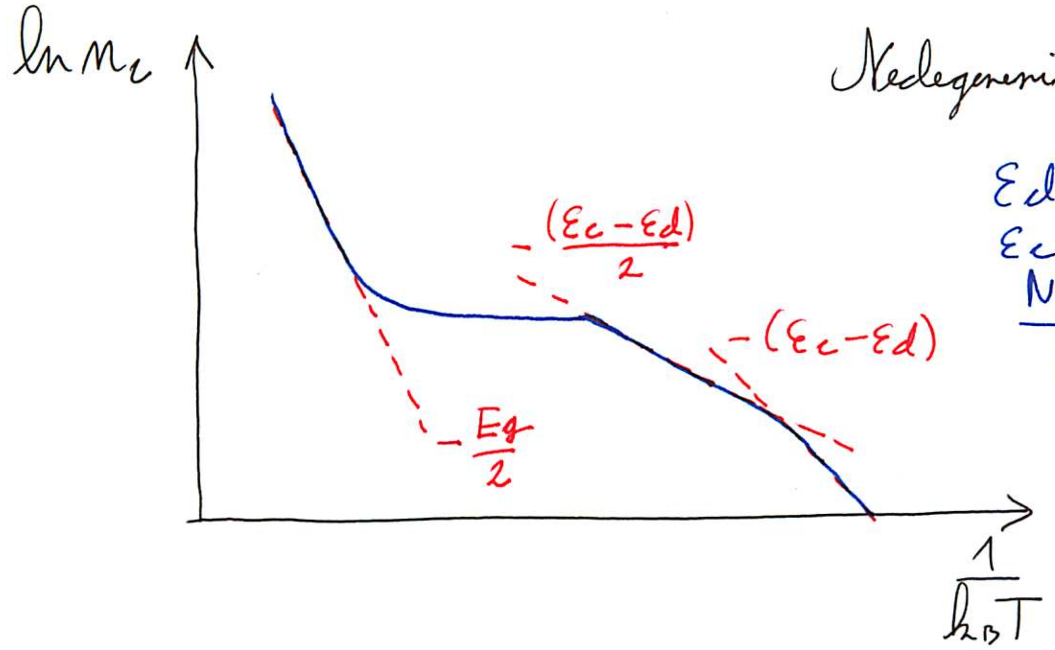
$$\left\{\begin{array}{l} n_c \\ p_v \end{array}\right\} \simeq n_i \pm \frac{1}{2}(N_d - N_a)$$

- Limita "močno" dopiranega polpr.:

$$\left.\begin{array}{l} n_c \simeq N_d - N_a \\ p_v \simeq \dfrac{n_i^2}{N_d - N_a} \end{array}\right\} N_d > N_a$$

$$\left.\begin{array}{l} n_c \simeq \dfrac{n_i^2}{N_a - N_d} \\ p_v \simeq N_a - N_d \end{array}\right\} N_a > N_d$$

Nedegeneriran polpr.

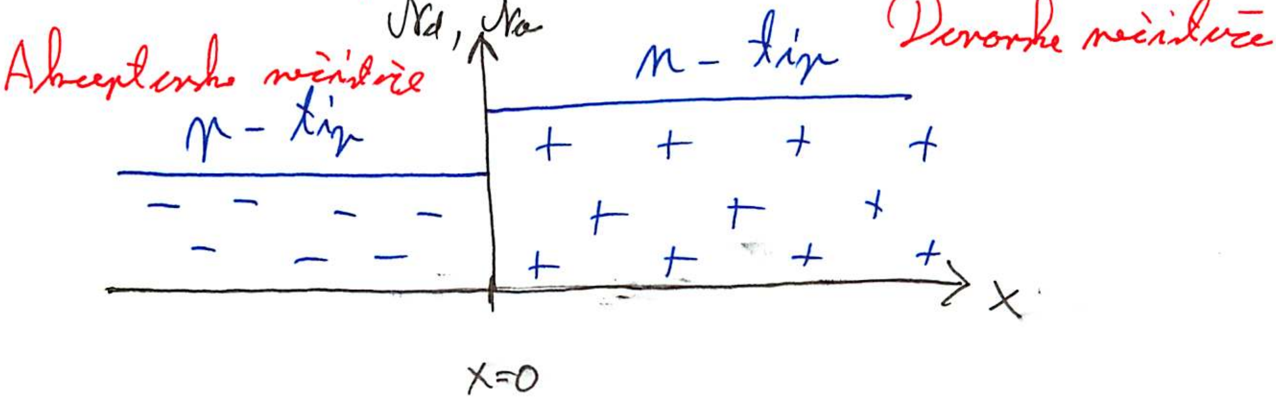


$\varepsilon_d - \mu \sim k_B T$
$\varepsilon_c - \mu >> k_B T$
$\frac{N_d - N_a}{n_i} >> 1$

Nehomogeni polprevodniki

- Osnova modernih elektronskih vezij

p – n stik



$$N_d(x) = \begin{cases} N_d; & x > 0 \\ 0; & x < 0 \end{cases}$$

$$N_a(x) = \begin{cases} 0; & x > 0 \\ N_a; & x < 0 \end{cases}$$

Stopničast skok v N_d in N_a je poenostavitev!

$\Rightarrow$ $n_e(x)$ ter $p_v(x)$ ter $\phi(x)$

Gostota e^- v prevodnem pasu ter e^+ v valenčnem pasu potenciala krajevno odvisna. ⇒ preko Poissonove enačbe se izpolni krajevno odvisen električni potencial $\varphi(x)$.

- Krajevna odvisnost $n_c(x)$, $p_v(x)$ ter $\varphi(x)$ je omejena na okolico $x = 0$. Področje imenujemo zaporna plast.

$\sim 10 \sim 10^3$ nm.

- Obstoj zaporne plasti je najpomembnejša značilnost - lastnost nehomogenega polprevodnika!

- Semiklasični model

Vpliv spreminjanja el. potenciala oziroma porazdelitev naboja zaradi nehomogenega dopiranja obravnavamo s pomočjo semiklasičnega opisa:

$$H_n = \varepsilon_n(\mathbf{k}) - e\,\varphi(x) \;; \quad n \text{ - indeks pasu}, \quad \mathbf{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$$

- Pogoj veljavnosti semiklasičnega opisa:

sprememba el. pot. energije na eni mrežni razdalji:

$$e\,\Delta\varphi \ll E_g \;!$$

Tipično: $\underset{\text{na mrežni razd. } (a_0)}{e\,\Delta\varphi} \lesssim 0{,}01\, E_g$

- Privzamemo pogoj za "nedegeneriran" polprevodnik v Maxwellska porazdelitev

- Vpliv el. potenciala: šift (premik) eno-elektronskih stanj za $-e\varphi(x)$. Torej

$$\varepsilon_c \to \varepsilon_c - e\varphi(x)$$
$$\varepsilon_v \to \varepsilon_v - e\varphi(x)$$

(2.a) $$n_c(x) = N_c(T)\, e^{-\beta(\varepsilon_c - e\varphi(x) - \mu)}$$

(2.b) $$p_v(x) = P_v(T)\, e^{-\beta(\mu - \varepsilon_v + e\varphi(x))}$$

$\varphi(x)$ določimo samo-usklajeno, z pomočjo Poissonove enačbe, ob upoštevanju $n_c(x)$ ter $p_v(x)$.

- Predpostavka: daleč od stika (p-n) so nečistoče popolnoma ionizirane:

(3.a) $$N_d = n_c(\infty) = N_c(T)\, e^{-\beta(\varepsilon_c - e\varphi(\infty) - \mu)}$$

(3.b) $$N_a = p_v(-\infty) = P_v(T)\, e^{-\beta(\mu - \varepsilon_v + e\varphi(-\infty))}$$

- μ je (v ravnovesju) enak po vsem kristalu – neodvisen od x!

- enačbi logaritmiramo ter seštejemo ⇒

$$e(\varphi(\infty) - \varphi(-\infty)) = \varepsilon_c - \varepsilon_v + k_B T \ln\left[\frac{N_d N_a}{N_c P_v}\right]$$

odnosno:

$$e\Delta\varphi = E_g + k_B T \ln\left[\frac{N_d N_a}{N_c P_v}\right]$$

— o —

- Definicija elektro-kemijskoga potencijala:

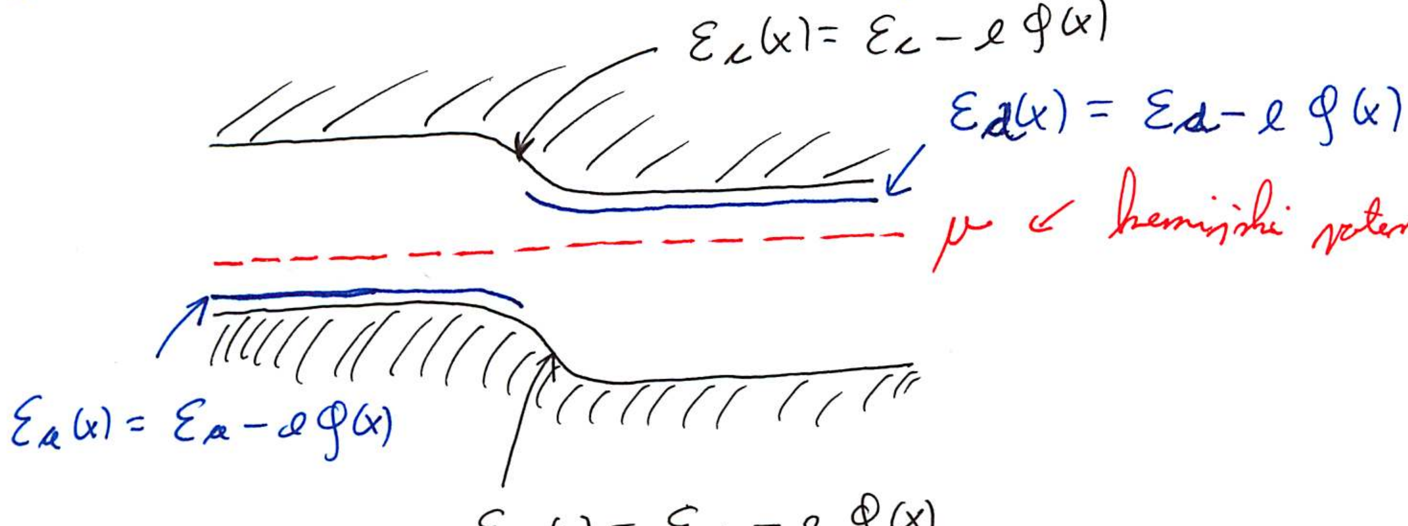
$$\mu_e(x) = \mu + e\varphi(x) \Rightarrow$$

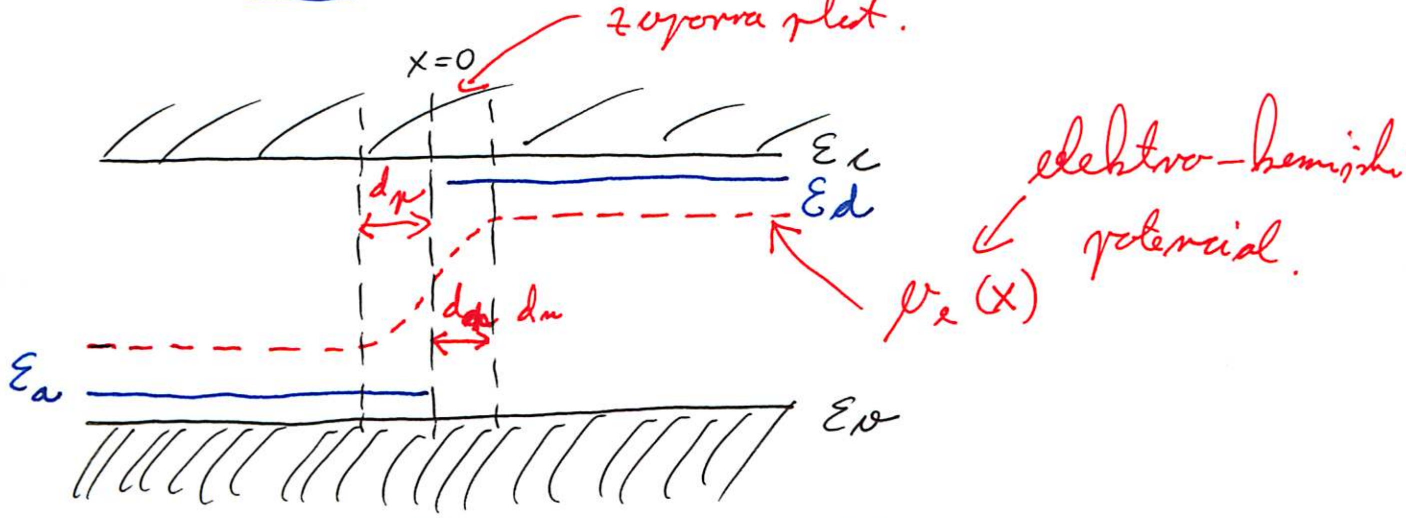
$$n_c(x) = N_c(T)\, e^{-\beta(\varepsilon_c - \mu_e(x))}$$

$$p_v(x) = P_v(T)\, e^{-\beta(\mu_e(x) - \varepsilon_v)}$$

$$e\Delta\varphi = \mu_e(\infty) - \mu_e(-\infty)$$

Možemo sta dva alternativna predstavi:





El. potencial izračunamo s pomočjo Poissonove enačbe:

$$-\nabla^2 \varphi = \frac{\rho(x)}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

; ε: je statična dielektrična konstanta polprevodnika

- Predpostavka: nečistoče so popolnoma ionizirane! velja $\forall x$:

$$\rho(x) = e\left[N_d(x) - N_a(x) - n_e(x) + p_v(x)\right]$$

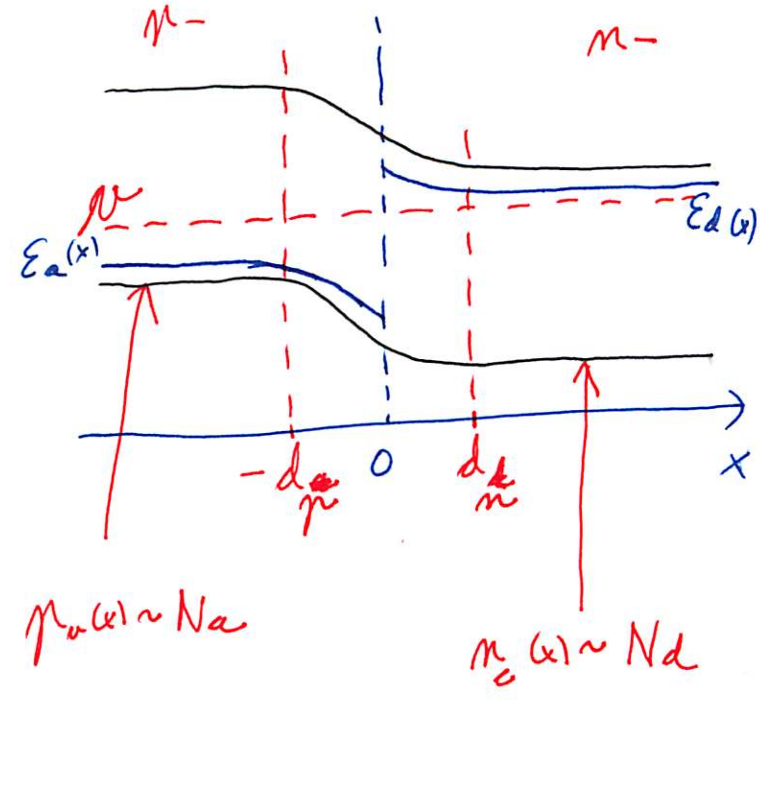
- Pozor: ionizirane donorske nečistoče so pozitivno nabite, ionizirane akceptorske nečistoče so negativno nabite, ostajajo 100% ionizirane za $\forall x$!

- Iz (2.a) ter (3.a) sledi:

$$n_e(x) = N_d \, e^{-\beta e(\varphi(\infty) - \varphi(x))}$$

Iz (2.b) ter (3.b):
$$p_v(x) = N_a \, e^{-\beta e(\varphi(x) - \varphi(-\infty))}$$

$$\rho(x) = \begin{cases} \overset{\text{ker } n_e(x) = N_d}{0} \; ; & x > d_n \\ +\frac{eN_d}{\cancel{\varepsilon\varepsilon_0}} \; (\text{ker } n_e(x) \sim 0) \; ; & 0 < x < d_n \\ -eN_a \; ; & -d_p < x < 0 \\ 0 \; ; & x < -d_p \end{cases}$$



– ker so pri $x > d_n$ nečistoče (donorske) popolnoma ionizirane, in ker velja $E_g >> k_B T \Rightarrow \underbrace{n_c(x) = N_d}_{n_c(x)}$; $p_v(x) = 0$, $N_a = 0 \Rightarrow$

$$\rho(x) = e\,(N_d - N_d) = 0$$ saj velja $\varphi(x) = \varphi(\infty)$!

– v vmesnem področju velja $n_c(x) << N_d$ ter $p_v(x) << N_a$ saj velja $e\Delta\varphi >> k_B T$ oziroma $e\Delta\varphi \sim E_g$, nečistoče ostanejo polno polarizirane (nabite), kar sledi iz: $\langle n \rangle = \dfrac{1}{\frac{1}{2} e^{\beta(\varepsilon_d - \mu)} + 1}$ za donorske nečistoče! $\langle n \rangle = 0$ pomeni, da ni e^- na nečistoči $\Rightarrow$ nečistoča je $\oplus$ in podobno za akceptorske nečistoče: ⇓

$$\varphi''(x) = \begin{cases} 0 ; & x > d_n \\ -\dfrac{e N_d}{\varepsilon_0 \varepsilon} ; & 0 < x < d_n \\ +\dfrac{e N_a}{\varepsilon_0 \varepsilon} ; & -d_p < x < 0 \\ 0 ; & x < -d_p \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Rešitev, ki ustreza robnim pogojem v $x \to \infty$, $x \to -\infty$, zvezna $\varphi(x)$ pri $x = d_n, -d_p$, ter zvezna $\varphi'(x=0)$:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \varphi(\infty) ; & x > d_n \\ \varphi(\infty) - \dfrac{e N_d}{2\varepsilon_0 \varepsilon}(x - d_n)^2 ; & 0 < x < d_n \\ \varphi(-\infty) + \dfrac{e N_a}{2\varepsilon_0 \varepsilon}(x + d_p)^2 ; & -d_p < x < 0 \\ \varphi(-\infty) ; & x < -d_p \end{cases}$$

$$\varphi'(x=0^+) = \varphi'(x=0^-) \Rightarrow$$

$$\underline{N_d d_n = N_a d_p}$$

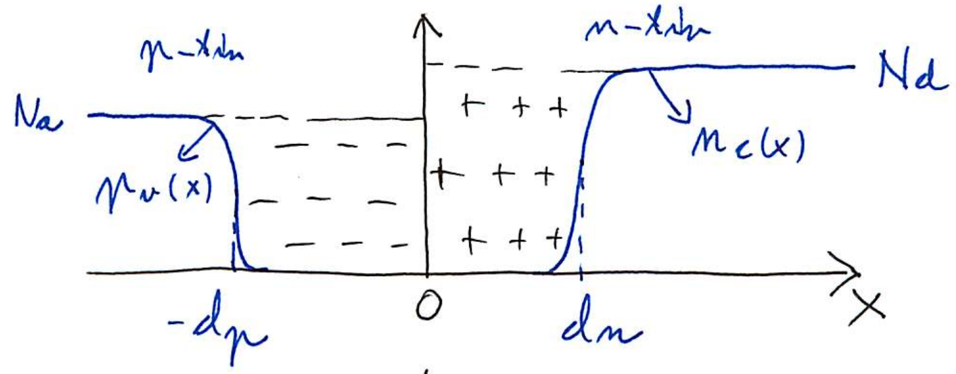
Enačba zagotavlja nevtralnost oziroma: množina negativnega naboja $N_a d_p \cdot S = N_d d_p \cdot S$ (pozitivnega)

Zveznost: $\varphi(x=0^+) = \varphi(x=0^-)$

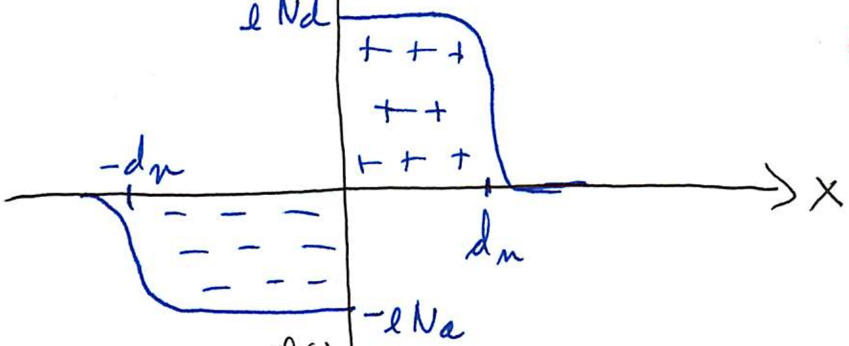
$$\frac{e}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left(N_d d_n^2 + N_a d_p^2\right) = \varphi(\infty) - \varphi(-\infty) = \Delta\varphi$$

$\Rightarrow$ izračun dolžin d_n ter d_p:

$$d_{n,p} = \sqrt{\frac{\left(\frac{N_a}{N_d}\right)^{\pm 1} 2\varepsilon\varepsilon_0\Delta\varphi}{(N_d+N_a)\, e}} = 3{,}3\sqrt{\frac{\left(\frac{N_a}{N_d}\right)^{\pm 1}(\varepsilon\, e\Delta\varphi)_{[eV]}}{10^{-18}(N_d+N_a)}} \cdot \mathrm{nm}$$



gostota nosilcev

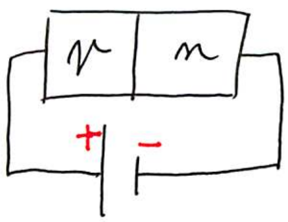


gostota naboja

p – n stik, priključen na napetost

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 - V$$

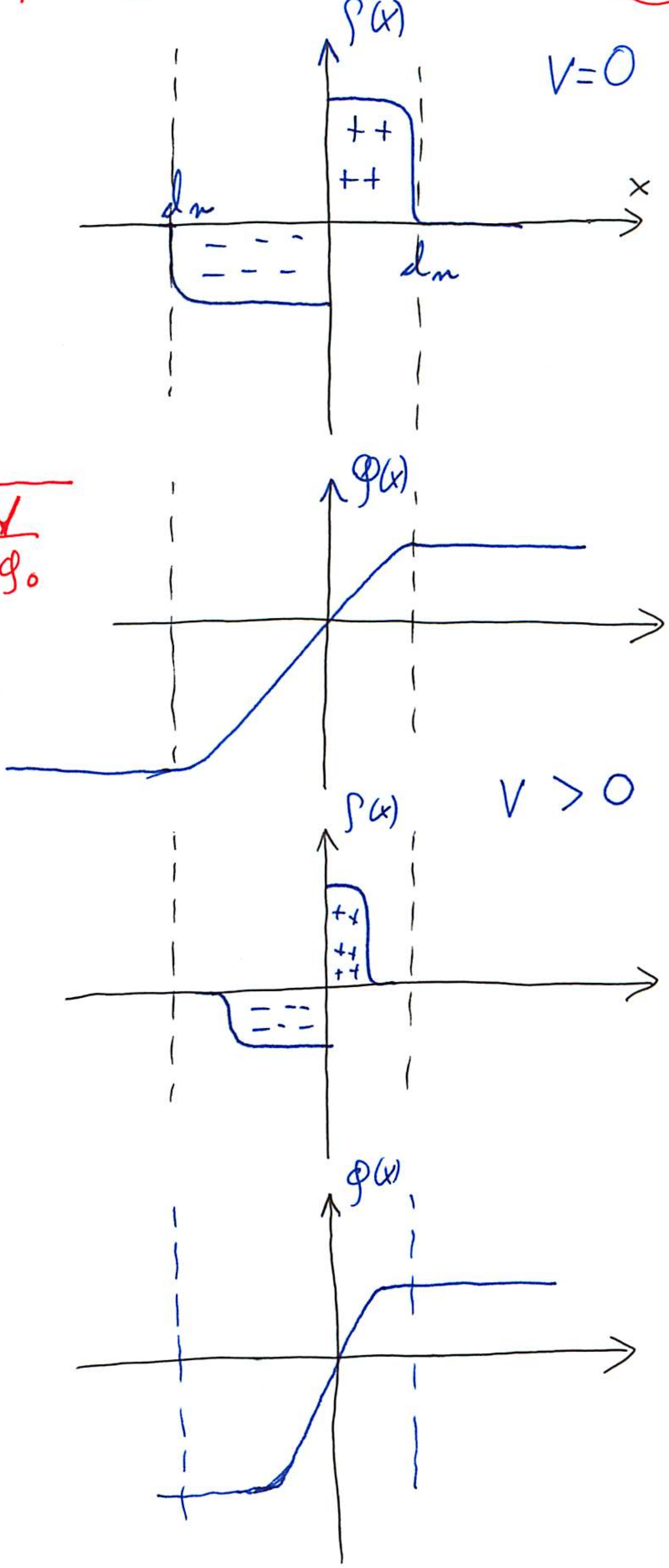
$V>0$:



$$d_{n,p}(V) = d_{n,p}(V=0)\sqrt{1-\frac{V}{\Delta\varphi_0}}$$

$V>0 \quad d_{n,p}(V) < d_{n,p}(0)$

$V<0 \quad d_{n,p}(V) > d_{n,p}(0)$



I – V karakteristika p – n stika

– Ko priključimo p – n stik na napetost V, je <u>celoten padec napetosti omejen na zaporno plast</u>. Razlog: Z.P. deluje kot izolator, tam ni prostih nosilcev naboja, saj velja $n_c(-d_p < x < d_n) = p_v(-d_p < x < d_n) = 0$.

– Celotna sprememba $\Delta\varphi$ p – n stika (izoliranega, brez priključene napetosti) je prav tako omejena le na zaporno plast:

$$\Delta\varphi = (\Delta\varphi)_0 - V$$

$$\Rightarrow \qquad d_{n,p}(V) = d_{n,p}(0)\sqrt{1 - \frac{V}{(\Delta\varphi)_0}}$$

– Zaporna plast se oži (širi) pod vplivom zunanje napetosti $V>0$ $(V<0)$.

Vpliv V na tok nosilcev $\mathcal{J}$ oziroma el. tok j:

$$j_e = -e\,\mathcal{J}_e \;;\quad j_h = e\,\mathcal{J}_h$$

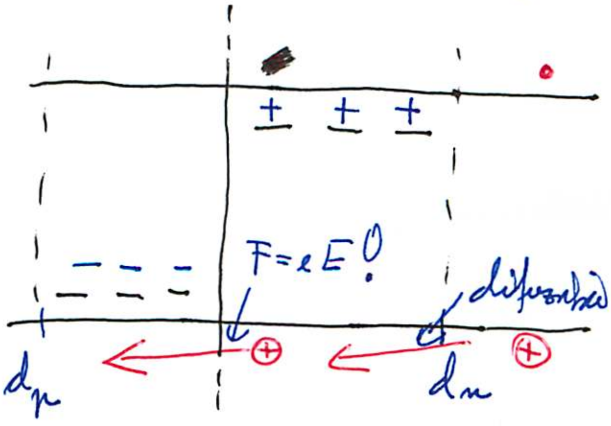
el. tok elektronov   št. tok elektronov

Pri $V=0$ $\mathcal{J}_e = \mathcal{J}_h = 0$ v povprečju! Tok e^- ali vrzeli v eno smer izniči tok v drugo smer. Velja za obe vrsti nosilcev!

$V \neq 0$

1.) Generacijski tok! $\mathcal{J}^{gen}_{h(e)}$

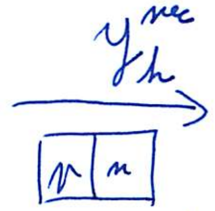
Generacijski tok vrzeli. $\forall$ vrzel na <u>n</u>-<u>strani</u> zap. plasti, ki nastane zaradi termične ekscitacije, $\Delta\varphi$ porine na <u>p – stran</u>



Ta tok je neodvisen od velikosti potencialnega skoka $\Delta \varphi$, saj močno polje v zap. plasti porine vrzel, ki zaide tja. Podobno se zgodi z el. na p-strani. Ta pojav je pomemben kljub dejstvu, da je vrzeli na n-strani izredno malo:

$p_n \sim \frac{n_i^2}{N_d}$ ter $\left(n_p \sim \frac{n_i^2}{N_a}\right)$: št. vrzeli (elektronov) na n (p) strani!

Zaporna plast ~~porine~~ porine $\oplus$ v smeri $n \to p$ ter $\ominus$ v smeri $p \to n$!



2.) Rekombinacijski tok

Vrzeli lahko prehajajo v smeri $p \to n$ vendar le, če je njihova termična energija dovolj velika, da premagajo potencialno razliko:

$$j_h^{rec} \propto e^{-\beta e[(\Delta\varphi)_0 - V]}$$

T.j. rekombinacijski tok je močno odvisen od V!

Veljati mora še:

$$j_h^{rec}\Big|_{V=0} = j_h^{gen}$$; saj pri $V=0$ ni toka

$$\Downarrow$$

$$j_h^{rec} = j_h^{gen} e^{\beta e V}$$

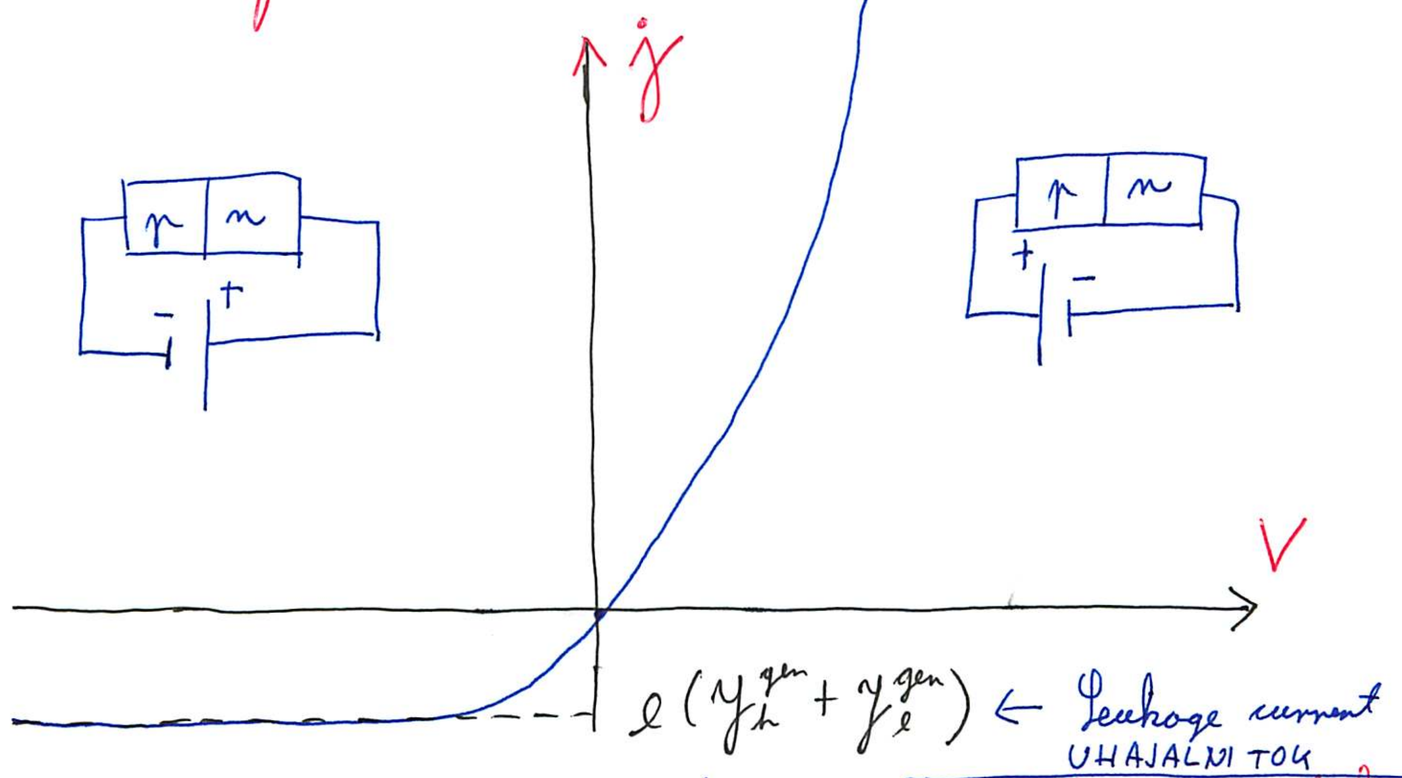
Generacijski ter rekombinacijski tok tečeta v nasprotnih smereh:

$$j_h = j_h^{rec} - j_h^{gen} = j_h^{gen}\left(e^{\beta e V} - 1\right)$$

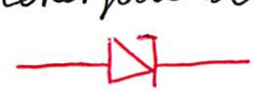
- Tok vrzeli v smeri $p \Rightarrow n$

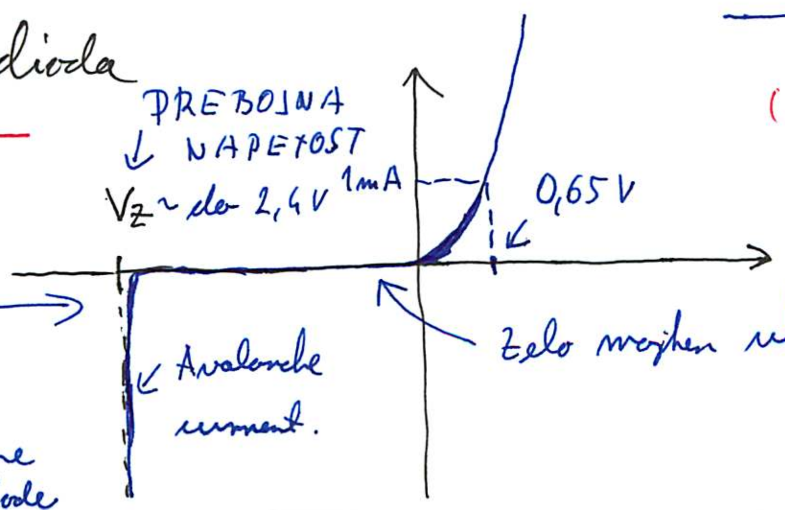
Enak razmislek velja za tok e v smeri $n \to p$. Ker pa imajo e nasprotni naboj, se prispevka k el. toku seštejeta

$$j = e\left(j_h^{gen} + j_e^{gen}\right)\left(e^{\beta e V} - 1\right)$$



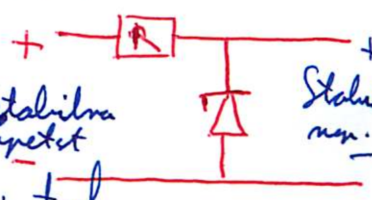
Zenerjeva dioda





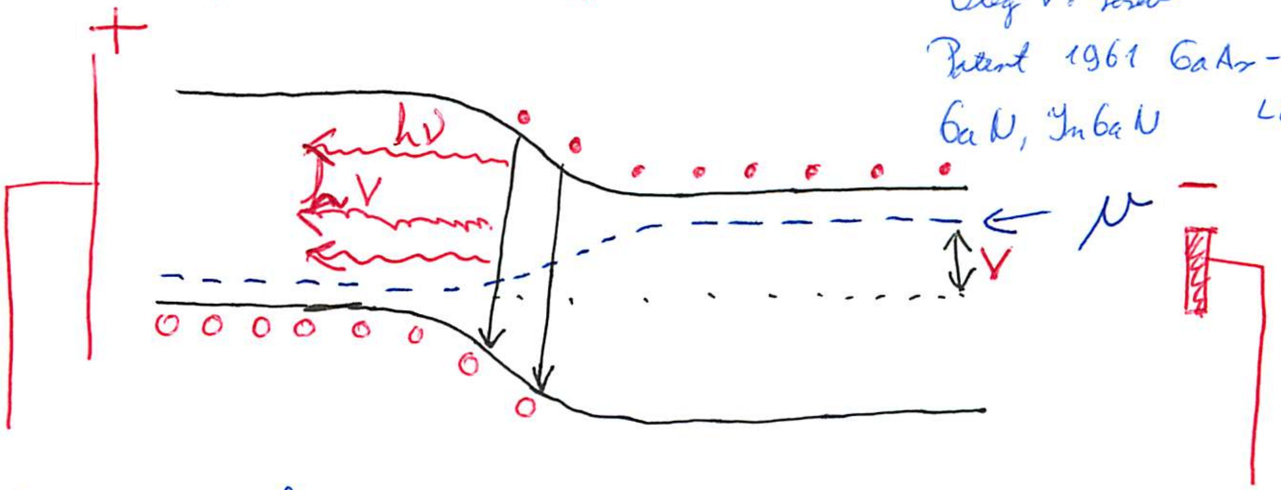
Zenerjev preboj je reverzibilen - ne poškoduje diode

Stabilizacija ~~toka~~ (napetosti)



LED Light emitting diode

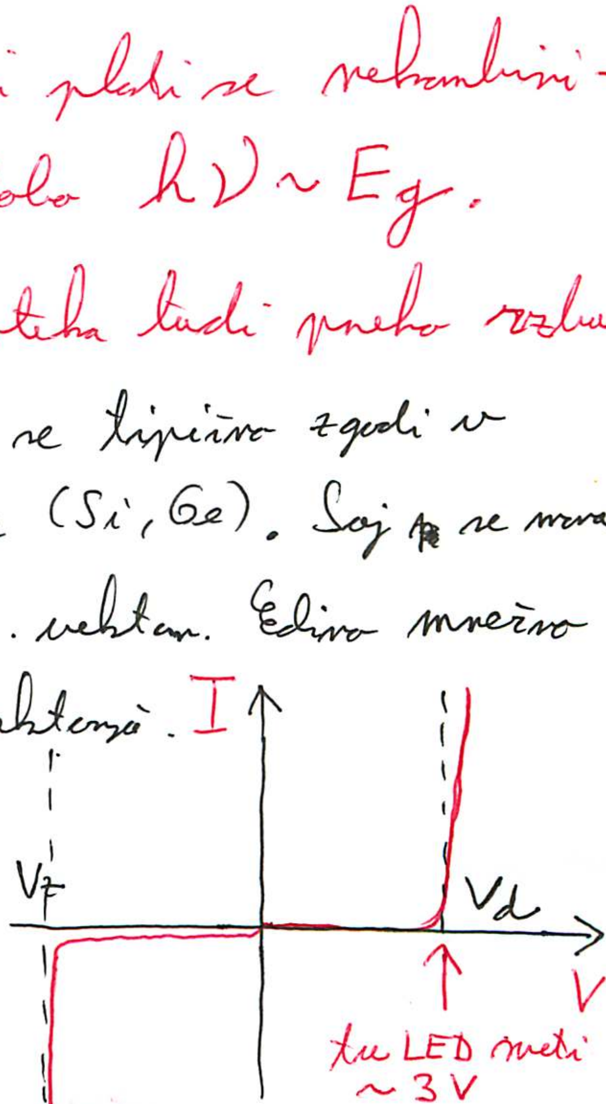
Prva LED 1927
Oleg V. Losev
Patent 1961 GaAs – rdeča LED
GaN, InGaN



- Zaradi priključene napetosti v prevodni smeri, $\mu(x)$ ni več konstanten, temveč se "dvigne" v zaporni plasti.
- Elektroni iz n-tipa difundirajo v zaporno plast. } *
- Vrzeli iz p-tipa difundirajo v zaporno plast

Kot posledica V v prevodni smeri.

- Elektroni in vrzeli v zaporni plasti se rekombinirajo ter pri tem oddajo svetlobo $h\nu \sim E_g$.
- Problemi: rekombinacija lahko poteka tudi preko vzbujanja mrežnih nihanj – fononov. To se tipično zgodi v primeru "indirektne" energijske reže (Si, Ge). Saj se mora pri rekombinaciji ohraniti celotni val. vektor. Edino mrežno nihanje lahko zadosti ohranitvi val. vektorja.
- Za LED potrebujemo polprevodnike z direktno energijsko režo



Od odkritja 1960 se ~~odpat~~ učinkovitost podvoji vsakih 36 mesecev