

3. IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I

30. avgust 2011

1. Gibanje delca z maso m in spinom $1/2$, ki se v ravnini xy vrti po krožnici s polmerom R , opisuje Hamiltonian

$$H = \frac{L_z^2}{2mR^2} + \frac{\alpha}{R} (S_x \cos \phi + S_y \sin \phi) L_z + i\lambda \frac{\alpha}{R} (S_x \sin \phi - S_y \cos \phi),$$

kjer je ϕ polarni kot, $L_z = -i\hbar \frac{d}{d\phi}$ operator komponente z vrtilne količine delca, S_x in S_y operatorja komponent x in y spina delca, $\alpha \in \mathbb{R}$ pa moč Rashbine sklopitve med spinsko in tirno vrtilno količino delca.

- (a) Poišči lastne funkcije in lastne energije delca v odsotnosti Rashbine sklopitve ($\alpha = 0$).
- (b) Izračunaj komutatorja $[L_z, \cos \phi]$ in $[L_z, \sin \phi]$.
- (c) Določi parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ tako, da bo Hamiltonian hermitski.
- (d) Obravnavaj časovno odvisen problem, kjer je časovna odvisnost parametra α

$$\alpha(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \alpha_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, & t > 0. \end{cases}$$

Ob $t = 0$ je delec v stanju s krajevno valovno funkcijo $\psi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin \phi$ in spinsko valovno funkcijo $|\uparrow\rangle$. S kolikšno verjetnostjo bo delec ob $t = \infty$ v osnovnem stanju sistema? Računaj v prvem redu perturbacije.

2. Obravnavaj dvodimenzionalni harmonski oscilator

$$H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} (9k) y^2.$$

- (a) Kolikokrat je degeneriran energijski nivo z energijo $5\hbar\omega$, kjer je $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$? Zapiši bazo podprostoru, ki ustreza temu energijskemu nivoju.
- (b) Kaj se zgodi s stanji tega energijskega nivoja, če na delec poleg harmonskega potenciala deluje še anharmonska motnja,

$$H = H_0 + \lambda x^3 y?$$

Računaj v prvem redu perturbacije.