

2. KOLOKVIJ IZ KVANTNE MEHANIKE I

28. maj 2010

1. Delec brez spina z nabojem e se giblje v tridimenzionalnem harmonskem potencialu in homogenem magnetnem polju:

$$H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{k\mathbf{r}^2}{2} + \gamma \mathbf{L} \cdot \mathbf{B},$$

kjer je \mathbf{L} operator vrtilne količine delca.

- (a) Zapiši lastne funkcije in energije ter določi degeneracijo osnovnega in prvega vzbujenega stanja sistema v odsotnosti magnetnega polja, $\mathbf{B} = 0$.
- (b) Poišči take lastne funkcije osnovnega in prvega vzbujenega stanja za $\mathbf{B} = 0$, ki so hkrati tudi lastne funkcije komponente z vrtilne količine delca.
- (c) Kako se razcepi prvo vzbujeno stanje sistema, ko $\mathbf{B} \neq 0$? Kaj se v tem primeru zgodi z osnovnim stanjem sistema?
- (d) Sistem naj bo ob $t = 0$ v osnovnem stanju (predpostavi, da je $\gamma B < \omega$, kjer je ω frekvenca harmonskega oscilatorja). Na delec delujemo s šibkim sunkom električnega polja:

$$H = H_0 - e\mathbf{E}_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \mathbf{r}.$$

- i. Kolikšna je verjetnost, da po dolgem času delec najdemo v prvem vzbujenem stanju, če je električno polje vzporedno magnetnemu, $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{B}$?
- ii. Kaj pa, če je električno polje pravokotno na magnetno, $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{B}$?

Računaj v prvem redu perturbacije.

2. Delec s spinom $1/2$ se giblje v tridimenzionalnem harmonskem potencialu in homogenem magnetnem polju:

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{k\mathbf{r}^2}{2} + \gamma (\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) \cdot \mathbf{B}.$$

- (a) Kolikšna je degeneracija prvega vzbujenega stanja sistema pri $\mathbf{B} = 0$? Kako se prvo vzbujeno stanje razcepi, ko $\mathbf{B} \neq 0$?
- (b) Delec v magnetnem polju, $\mathbf{B} \neq 0$, je pred meritvijo v neznani linearni kombinaciji stanj iz točke (a). Če delcu v tem stanju izmerimo velikost skupne vrtilne količine $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, dobimo z verjetnostjo 100% rezultat $\frac{3}{4}\hbar^2$. Če mu izmerimo komponento z skupne vrtilne količine, dobimo z verjetnostjo 50% rezultat $\frac{1}{2}\hbar$. Kakšni so možni rezultati meritve energije delca in s kakšno verjetnostjo nastopijo?