

1. IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I

14. junij 2010

1. Obravnavaj delec v dvodimenzionalni neskončni potencialni jami

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \begin{cases} 0, & |x| < \frac{a}{2} \text{ in } |y| < \frac{a}{2}, \\ \infty, & \text{sicer.} \end{cases}$$

- (a) Določi lastne energije, lastne funkcije in degeneracijo osnovnega in prvega vzbujenega stanja sistema. Namig: Potencial je vsota potencialov dveh enodimenzionalnih neskončnih potencialnih jam.
- (b) Kako se razcepi prvo vzbujeno stanje sistema, če na delec deluje dodaten šibek potencial

$$V(\mathbf{r}) = \lambda \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}?$$

- (c) Ob  $t = 0$  je delec v osnovnem stanju sistema. Z lokaliziranim sunkom delec vzbudimo v prvo vzbujeno stanje

$$V(\mathbf{r}, t) = \lambda \frac{t}{t_0} e^{-\sqrt{\frac{t}{t_0}}} \delta(x - x_0) \delta(y).$$

Določi  $x_0$  tako, da bo verjetnost, da delec po končanem sunku najdemo v prvem vzbujenem stanju, največja. Kakšna je valovna funkcija delca po meritvi, če pri meritvi ugotovimo, da se delec nahaja v prvem vzbujenem stanju.

2. Delca s spinom  $1/2$  sta sklopljena z anizotropno Heisenbergovo sklopitvijo

$$H = J(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 - S_{1z} S_{2z}).$$

Delec se ob  $t = 0$  nahaja v stanju  $|\psi\rangle$ , za katerega velja  $S_{1z}|\psi\rangle = \frac{\hbar}{2}|\psi\rangle$  in  $S_{2y}|\psi\rangle = -\frac{\hbar}{2}|\psi\rangle$ .

- (a) Pokaži, da so stanja z dobrima velikostjo skupnega spina obeh delcev in njegovo komponento  $z$ , lastna stanja takega hamiltoniana. Izračunaj lastne energije.
- (b) Izračunaj časovni razvoj valovne funkcije  $|\psi\rangle$ .
- (c) Kakšni so možni rezultati meritve komponente  $x$  spina prvega delca. S kolikšno verjetnostjo nastopijo, če meritev opravimo ob času  $t$ ?