

1. IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I

15. junij 2007

1. Delca s spinoma $S_1 = 1$ in $S_2 = \frac{1}{2}$ sta sklopljena s Heisenbergovo interakcijo $H = -J\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$. Z meritvijo, ki jo opravimo ob $t = 0$, ugotovimo, da za valovno funkcijo $|\psi, 0\rangle$ velja $S_{1z} |\psi, 0\rangle = \hbar |\psi, 0\rangle$ in $S_{2x} |\psi, 0\rangle = \frac{\hbar}{2} |\psi, 0\rangle$.

- (a) Zapiši valovno funkcijo ob $t = 0$ v produktni bazi.
- (b) Razvij valovno funkcijo po bazi z dobro velikostjo celotnega spina in njegovo projekcijo na os z .
- (c) Zapiši časovni razvoj valovne funkcije.
- (d) Kolikšna je verjetnost, da ob meritvi S_{1z} ob času $t > 0$ še vedno dobimo rezultat \hbar ?

2. Sistem dveh harmonskih oscilatorjev s frekvenco ω opišemo s Hamiltonjanom

$$H = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right) + \Delta (a^\dagger b + b^\dagger a),$$

kjer prva dva člena opisujeta neodvisna harmonska oscilatorja, tretji člen pa sklopitev med njima. Predpostavi, da velja $\Delta < \hbar\omega$.

- (a) Določi energije, valovne funkcije in degeneracije lastnih stanj nesklopljenega sistema ($\Delta = 0$).
- (b) Pokaži, da je osnovno stanje nesklopljenega sistema lastno stanje sklopljenega sistema.
- (c) Kako se v prvem redu perturbacije po Δ razcepi prvo vzbujeno stanje sistema?
- (d) Dokaži, da bi račun v prvem redu perturbacije že točno določil vsa lastna stanja sklopljenega sistema.
- (e) Poišči vsa lastna stanja sklopljenega sistema. Namig: Z ustrezno transformacijo lahko Hamiltonjan preslikaš na sistem dveh nesklopljenih harmonskih oscilatorjev.