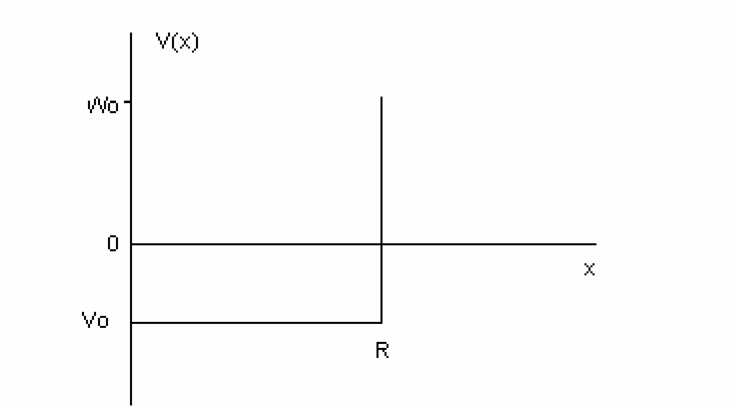
Skica naloge: oblika potenciala



Robni pogoji pri našem problemu so:

$$\psi_1(0) = 0$$
$$\psi_2(\infty) = 0$$
$$\psi_1(R) = \psi_2(R)$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d\psi_2}{dx} - \frac{d\psi_1}{dx}\right) + W_0\psi_2(R) = 0$$

Valovni števili za območji 1 in 2 sta:

$$k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V_0 - |E|)}$$
$$k_2 = \frac{i}{\hbar}\sqrt{2m|E|} = i\kappa$$

Za območji 1 in 2 napišemo valovni funkciji:

$$\psi_1(x) = A\sin(k_1x) + B\cos(k_1x)$$
$$\psi_2(x) = Fe^{-\kappa x} + Ge^{\kappa x}$$

Ko upoštevamo robna pogoja (1) in (2), dobimo, da je $B = G = 0$. Iz tretjega robnega pogoja (valovna funkcija je zvezna), dobimo naslednjo enačbo:

$$A\sin(k_1R) = Fe^{-\kappa R} \quad \Rightarrow \quad \frac{A}{F} = \frac{e^{-\kappa R}}{\sin(k_1R)}$$

Četrti robni pogoj nam da naslednjo zvezo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(-\kappa F e^{-\kappa R} - k_1 A\cos(k_1 R)) + W_0 F e^{-\kappa R} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{A}{F} = \frac{e^{-\kappa R}(\frac{\kappa\hbar^2}{2m} + W_0)}{\cos(k_1 R)\frac{k_1\hbar^2}{2m}}$$

Ko združimo enačimo tretji in četrti robni pogoj, dobimo enačbo:

$$-\frac{(\frac{\kappa\hbar^2}{2m} - W_0)}{\frac{k_1\hbar^2}{2m}} = ctg(k_1 R) \qquad (1)$$

Upoštevamo povezavo $\kappa = \kappa(k_1)$, uvedemo $y = k_1 R$ in prepišemo enačbo (1) v obliko

$$-\frac{\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}R^2 V_0 - y^2} + W_0\frac{2mR}{\hbar^2}}{y} = ctg(y)$$

$$\frac{2m}{\hbar^2}R^2 V_0 = \beta$$

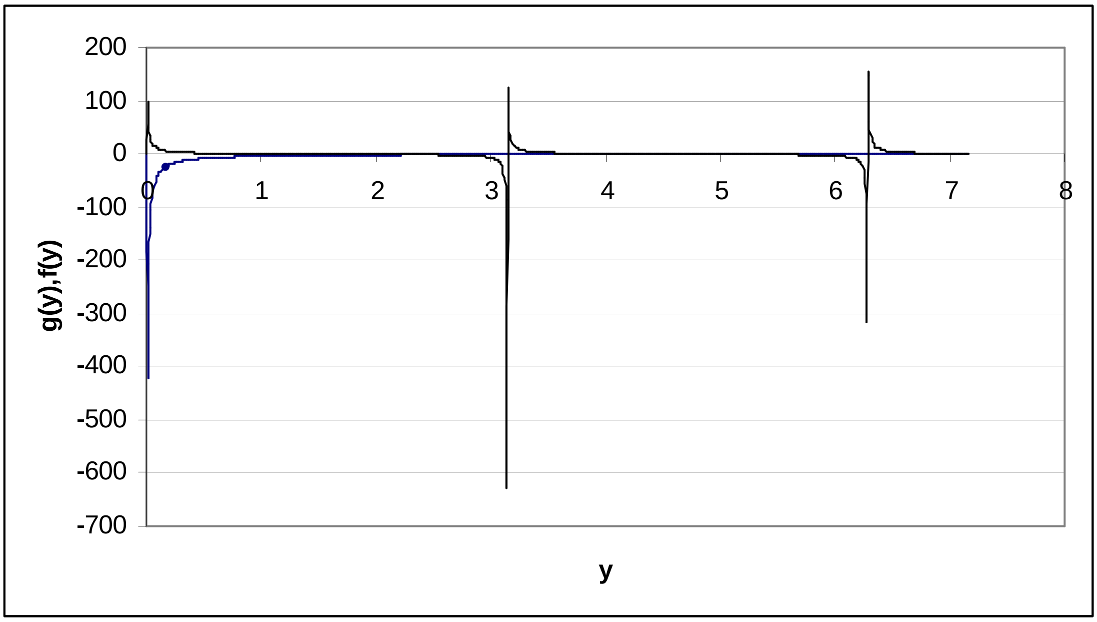
$$W_0\frac{2mR}{\hbar^2} = \gamma$$

Dvoparametrična transcendentna enačba ima obliko

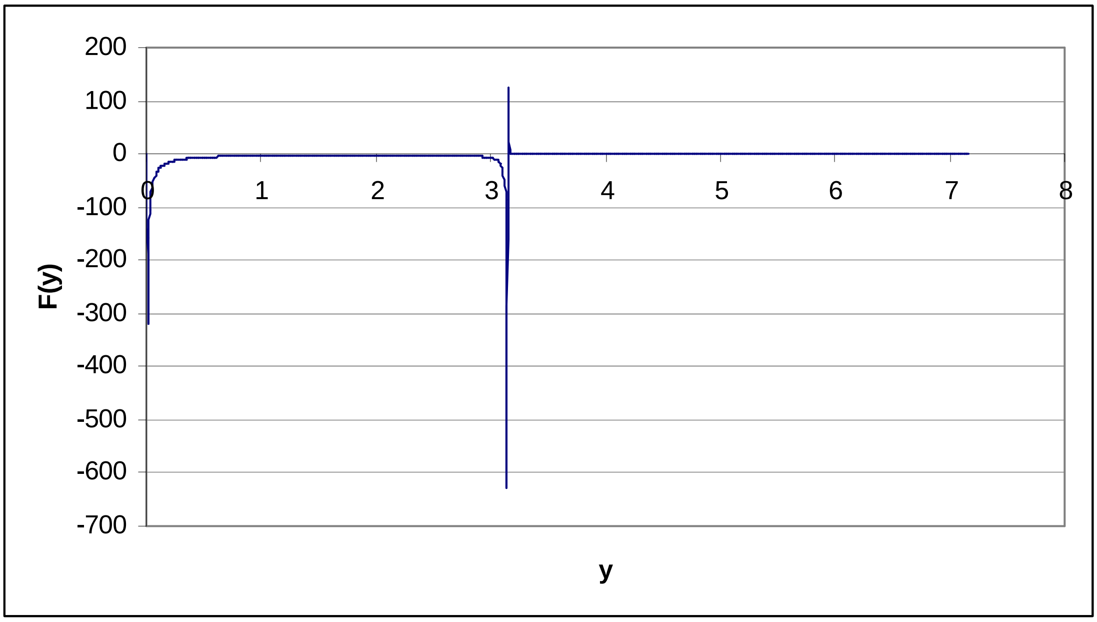
$$-\frac{\sqrt{\beta - y^2} + \gamma}{y} = ctg(y)$$

Družina rešitev enačbe je odvisna od globine potencialne jame in višine delta potenciala na robu jame. Za $\beta = 10$ in $\gamma = 1$ poiščemo rešitev grafično.

Presečišča funkcij $g(y) = \frac{\sqrt{\beta - y^2} + \gamma}{y}$ in $f(y) = ctg(y)$ ali rešitev enačbe $F(y) = g(y) + f(y) = 0$ so iskana vezana stanja.



200
100
0
-100
-200
-300
-400
-500
-600
-700
0
1
2
3
4
5
6
7
8
g(y),f(y)
y



200
100
0
-100
-200
-300
-400
-500
-600
-700
0
1
2
3
4
5
6
7
8
F(y)
y