

2. KOLOKVIJ IZ KVANTNE MEHANIKE I

Ljubljana, 25. maj 2005

1. Stanja kvantnega bita na tankem obroču smo že srečali. Energijo lastnih stanj na obroču lahko poljubno spreminjamo z vključitvijo magnetnega pretoka skozi obroč, kar omogoča kvantne logične operacije na kvantnih bitih. Lastna stanja takšnega sistema so ravni valovi na obroču $\psi_n(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(in\varphi)$, lastne energije pa so podane z $E_n = E_0(n - \alpha)^2$, kjer je α razmerje med magnetnim pretokom in osnovnim kvantom magnetnega pretoka. Zanima nas, kako prečno električno polje vpliva na spekter in stanja sistema. Dodatni potencial zaradi električnega polja lahko zapišemo kot $V(\varphi) = V_0 \cos(\varphi)$
 - Pokaži, da v prvem redu perturbacije lastne energije ostanejo nespremenjene.
 - Poišči lastna stanja perturbiranega sistema v prvem redu perturbacije.
 - Lastna stanja neperturbiranega sistema so enakomerno porazdeljena po obroču, perturbacija pa premakne "težišče". Za vsa stanja perturbiranega sistema izračunaj pričakovane vrednosti operatorjev $x = R \cos(\varphi)$ ter $y = R \sin(\varphi)$, kjer je R radij obroča.
2. Bite kvantnega računalnika lahko predstavimo s spinskimi stanji elektronov ($s = 1/2$), ki so ujeti v posameznih kvantnih pikah. Zaradi efektov tuneliranja stanja elektrona v posamezni kvantni piki čutijo tudi potencial bližnjih pik. Imejmo tri takšne kvantne pike v ogliščih enakostraničnega trikotnika, kjer se v vsaki piki nahaja en elektron. Čeprav med spini elektronov ni neposredne sklopitve, pa lahko krajevno interakcijo ob zahtevi po antisimetričnosti valovne funkcije za fermione prenesemo v spinski del kot efektivni Hamiltonov operator

$$H = A(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_3 \cdot \mathbf{S}_1)$$

- Zapiši Hamiltonov operator z operatorjem kvadrata velikosti skupne vrtilne količine vseh treh spinov $\mathbf{J} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3$ in kvadrati velikosti vrtilne količine posameznih spinov.
- Poišči lastne energije takšnega sistema in njihovo degeneracijo. *Namig: najprej pogledaj, kakšna stanja z dobro določenima kvadratom velikosti in komponento skupne vrtilne količine lahko sestavimo iz enega para spinov.*
- Kako se spremenijo lastne energije sistema in kolikšne so njihove degeneracije, če ga postavimo v magnetno polje, tako da imamo nov Hamiltonov operator $H' = H + b(S_1^{(z)} + S_2^{(z)} + S_3^{(z)})$?
- *Dodatno: Za najvišje ter najnižje energijsko lastno stanje sistema v magnetnem polju (ali enega od stanj, če so ta degenerirana) poišči nedoločeno komponento vrtilne količine v z smeri za posamezne spine.*