

4. PISNI IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I

Ljubljana, 15. september 2005

1. Elektron v enodimenzionalni kvantni žici pripravimo z zunanjim potencialom, ki ga lahko opišemo kot

$$V(x) = -W_0 \delta(x),$$

kjer je W_0 pozitivna konstanta. Elektron naj bo na začetku v vezanem stanju takšnega potenciala.

- Izračunaj nedoločeno koordinato in gibalne količine elektrona v tem stanju.
- V nekem trenutku potencial hipoma preklopimo na polovično vrednost, torej,

$$V_1(x) = -W_0/2 \delta(x).$$

S kolikšno verjetnostjo elektron ostane v vezanem stanju novega potenciala?

2. V kvantnem računalniku stanja kvantnih bitov predstavimo s skupino dvonivjskih sistemov (spinov). Zanima nas vpliv magnetne dipolne interakcije med sosednjimi spini. To opišemo s Hamiltonovim operatorjem

$$H = A \frac{\mathbf{s}^{(1)} \cdot \mathbf{s}^{(2)} - s_z^{(1)} s_z^{(2)}}{r^3},$$

kjer sta $\mathbf{s}^{(i)}$ operatorja vektorja vrtilne količine za vsakega od spinov in je r razdalja med obema spinoma.

- Poišči lastne energije in lastna stanja Hamiltonovega operatorja, izražena s (produktnimi) lastnimi stanji komponentne vrtilne količine v z smeri za vsakega od spinov. (Namig: poskusi zapisati Hamiltonov operator v matrični obliki (4x4)).
- Ob času $t = 0$ postavimo en spin v stanje z $s_z = +1/2$ in drug spin v stanje z $s_z = -1/2$. Po kolikšnem času oba spina zamenjata začetni vrednosti?