

3. PISNI IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I

Ljubljana, 29. januar 2007

1. Potencial protona v okolici jedra je sestavljen iz odbojnega elektrostatskega dela ter iz privlačnega dela zaradi jedrske sile. V močno poenostavljenem modelu predstavimo osnovno stanje kot stanje delca z maso m v eni dimenziji s potencialom

$$V(x) = W_0 \delta(x - R) + \begin{cases} \infty & ; \quad x < 0 \\ -V_0 & ; \quad 0 < x < R \\ 0 & ; \quad x > R \end{cases} ,$$

kjer je W_0 pozitivna konstanta v zvezi z električnim odbojem in V_0 pozitivna konstanta, ki je določena z velikostjo jedrske sile.

- Poišči transcendentno enačbo, ki določa vezana stanja takšnega sistema.
 - Iz te enačbe določi pogoj za obstoj vsaj enega vezanega stanja sistema (pogoj je lahko tudi transcendentna enačba).
2. Proton s spinom $s = 1/2$ in z magnetnim momentom $\mu_p = 1.41 \times 10^{-26} JT^{-1}$ najprej za $t = 1.18 \mu s$ postavimo v magnetno polje $B = 10^{-2} T$ (pri teh podatkih velja $\mu_p B t / \hbar = \pi/2$), ki kaže v x smeri, takoj zatem pa za enako dolg čas v enako veliko magnetno polje, ki kaže v y smeri. V kateri smeri in za koliko časa moramo nato vklopiti enako veliko magnetno polje, da se stanje spina protona vrne v začetno stanje (to je lahko poljubno!)?

Hamiltonov operator za spin protona v magnetnem polju zapišemo kot

$$H = \frac{2\mu_p \vec{s} \cdot \vec{B}}{\hbar}.$$

Velja

$$\exp\left(-i\frac{\varphi}{2}\vec{n} \cdot \vec{\sigma}\right) = \cos(\varphi/2)I - i\sin(\varphi/2)(\vec{n} \cdot \vec{\sigma}),$$

kjer so $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ Paulijeve matrike in je \vec{n} enotski vektor.