2. PISNI IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I

Ljubljana, 7. september 2006

1. Na površini polprevodnika imamo kvantno piko oblike tankega obroča. Vezano stanje elektrona opišemo z enodimenzionalno Schrödingerjevo enačbo

$$-\frac{\hbar^2}{2mR^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + V(\varphi)\psi = E\psi,$$

kjer je $\varphi \in [-\pi, \pi)$ in je ψ periodična valovna funkcija na tem intervalu. Polovico kvantne pike spustimo na potencial $-V_0$, kjer je $V_0 > 0$, tako da velja

$$V(\varphi) = \begin{cases} -V_0 & ; \quad |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & ; \quad |\varphi| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Poišči transcendento enačbo, ki določa energijo osnovnega stanja takšnega potenciala (namig: energija osnovnega stanja je negativna). Kako je energija osnovnega stanja odvisna od V_0 za majhne vrednosti $V_0 \ll \frac{\hbar^2}{2mR^2}$?

2. Proton z magnetnim momentom $\mu_p = 1.41 \times 10^{-26} JT^{-1}$ najprej za $t = 1.18\mu s$ postavimo v magnetno polje $B = 10^{-2}T$ (pri teh podatkih velja $\mu_p Bt/\hbar = \pi/2$), ki kaže v x smeri, takoj zatem pa za enako dolg čas v enako veliko magnetno polje, ki kaže v y smeri. V kateri smeri in za koliko časa moramo nato vklopiti enako veliko magnetno polje, da se stanje spina protona vrne v začetno stanje (to je lahko poljubno!)?

   Hamiltonov operator za spina protona v magnetnem polju zapišemo kot

$$H = 2\mu_p\, \vec{s} \cdot \vec{B}.$$

   Velja

$$\exp\left(-i\frac{\varphi}{2}\vec{n}\cdot\vec{\sigma}\right) = \cos(\varphi/2)I - i\sin(\varphi/2)(\vec{n}\cdot\vec{\sigma}),$$

   kjer so $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ Paulijeve matrike in je $\vec{n}$ enotski vektor.