

1. PISNI IZPIT IZ KVANTNE MEHANIKE I

Ljubljana, 9. junij 2005

1. Dinamiko Bose-Einsteinovega kondenzata običajno opišemo z nelinearno Schrödingerjevo enačbo. V prvem približku pa zadošča že navadna Schrödingerjeva enačba, ki jo uporabimo tudi v tem problemu. Tako imejmo Bose-Einsteinov kondenzat Helijevih atomov z maso m , kjer gibanje omejimo na eno dimenzijo. Potencial, v katerem se kondenzat nahaja, naj bo na začetku potencialna jama širine a , kondenzat pa se nahaja v osnovnem stanju takšnega potenciala. Ob času $t = 0$ potencial nenadoma spremenimo, tako da jamo razširimo na širino $2a$ v desno in se torej kondenzat tik po preklopu z verjetnostjo 1 nahaja v levi polovici razširjene jame.

- Razvij začetno stanje, ki je osnovno stanje polovične jame, po lastnih stanjih razširjene jame.
- Zapiši, kako se valovna funkcija spreminja s časom.
- Najmanj koliko prvih n_p stanj v razvoju potrebujemo, če naj bo verjetnost, da se kondenzat nahaja v enem od teh stanj, večja od 0.9? Kolikšna je ta verjetnost za dobljeni n_p ?
- V približku stanja, kjer upoštevamo razvoj le po n_p najnižjih lastnih stanjih, izračunaj, kdaj postane verjetnost, da se delec nahaja v levi polovici jame, najmanjša.

2. Načine nihanja molekul v prvem približku opišemo s harmonskimi oscilatorji. Izbrana triatomna molekula ima tako dva načina nihanj, enega s frekvenco ω in drugega s frekvenco 2ω . Sistem lahko opišemo kot dvodimenzionalni harmonski oscilator delca z maso m in s potencialom $V(q) = 1/2 m\omega^2(x^2 + 4y^2)$.

- Poišči spekter takšnega sistema in za prva 4 najnižja lastna stanja poišči njihove lastne energije in degeneracije.
- Oцени najnižji neničelni popravek k lastnim energijam prvih štirih lastnih stanj zaradi neharmonskega prispevka $V_1(q) = \epsilon \hbar\omega x^2y/x_0^3$ k potencialu, kjer je $x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$.