Vrtilna količina II.

PRIMOŽ
DOLENC

Naloga. Kako se razcepi drugo vzbujeno stanje 3D krogelno simetričnega harmoničnega oscilatorja v homogenem magnetnem polju $\vec{B} = B(0,0,1)$?

Potencial takšnega oscilatorja se napiše kot

$$V(x) = \frac{1}{2}kr^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}kz^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad H = H_x + H_y + H_z$$

Ker je potencial simetričen bodo valovne funkcije oblike

$$\Psi(x,y,z) = X(x)\,Y(y)\,Z(z)$$

in energije lastnih stanj bodo kar enake vsoti energij lastnih stanj 1D harmoničnega osc. Torej

$$E = E(x) + E(y) + E(z) = \hbar\omega\left(n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2}\right)$$

Zanima nas drugo vzbujeno stanje, kar pomeni, da mora biti vsota $n_x + n_y + n_z$ enaka 2. Možnih je 6 kombinacij, ki izpolnijo to enačbo

110, 101, 011, 200, 020, 002

Vsa ta stanja imajo seveda enako energijo, kar pa se spremeni potem, ko vklopimo mag. polje. Hamiltonianu dodamo člen $\vec{\mu}\cdot\vec{B}$, ki predstavlja energijo magnetnega dipola v mag. polju, pri čemer je $\vec{\mu} = -\frac{\mu_B}{\hbar}\vec{l}$ operator mag. momenta, $\vec{l}$ pa operator vrtilne količine.

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\hat{r}^2 + \frac{\mu_B}{\hbar}\hat{\vec{l}}\cdot\vec{B} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\hat{r}^2 + \frac{\mu_B}{\hbar}\hat{l}_z B$$