1. Pokažimo, da velja $[A,B^n] = n*B^{n-1}*[A,B]$, če A in B zadoščata pogoju $[[A,B],B] = 0$.

Trditev dokažemo z indukcijo:
- $n = 1$: $1*B^0*[A,B] = I*[A,B] = [A,B] = [A,B^1]$
- $n > 1$: $[A,B^n] = B^{n-1}*[A,B] + [A,B^{n-1}]*B = B^{n-1}*[A,B] + (n-2)*B^{n-2}*[A,B]*B =$
  $=$ (uporabimo pogoj) $n*B^{n-1}*[A,B]$

Rezultat uporabimo za izračun komutatorja $[A,f(B)]$:
$[A,f(B)] = [A, \Sigma^{\infty}_{n=0} a_n*B^n] = \Sigma^{\infty}_{n=0} a_n*[A,B^n] = (\Sigma^{\infty}_{n=0} a_n*n*B^{n-1})*[A,B] = f'(B)*[A,B]$

2. Pokažimo, da velja $e^{A+B} = e^A*e^B*e^{-[A,B]/2}$, če $[A,B]$ komutira z operatorjema A in B.

uvedemo: $f(x) = e^{Ax}*e^{Bx}$
$f'(x) = A*e^{Ax}*e^{Bx} + e^{Ax}*B*e^{Bx} =$ (uporabimo rezultat iz 1) $e^{Ax}*e^{Bx}*B +$
$+ e^{Ax}*e^{Bx}*(x*[A,B] + A) = f(x)*(A + B + x*[A,B])$

rešitev te enačbe je: $f(x) = e^{(A+B)*x+[A,B]*x*x/2}$
velja torej (če vstavimo $x = 1$): $e^A*e^B = e^{(A+B)*+[A,B]/2} = e^{(A+B)}*e^{[A,B]/2}$ (to lahko naredimo, ker zaradi pogoja $[A,B]$ komutira z $A+B$, komutirajoči operatorji pa se, ko množimo vrsti, vedejo enako kot številke)

če člen z $[A,B]$ nesemo na drugo stran, dobimo končni rezultat:
$e^{A+B} = e^A*e^B*e^{-[A,B]/2}$

3. Dokažimo Baker – Haussdorfovo identiteto

velja: $(e^{x*A}*Y*e^{-x*A})' = e^{x*A}*(A*Y-Y*A)*e^{-x*A} = e^{x*A}*[A,Y]*e^{-x*A}$
od tod z indukcijo hitro sledi:
$(e^{x*A}*B*e^{-x*A})^{(n)} = e^{x*A}*[A_1,[\dots[A_n,B]\dots]]*e^{-x*A}$
$(e^{x*A}*B*e^{-x*A})^{(n)}(x=0) = [A_1,[\dots[A_n,B]\dots]]$

razvijmo funkcijo v vrsto okoli $x = 0$:
$e^{x*A}*B*e^{-x*A} = B + [A,B]*x + ½!\ [A,[A,B]]*x^2 + \dots$

ko vstavimo $x = 1$, dobimo Baker Haussdorfovo identiteto:
$e^A*B*e^{-A} = B + [A,B] + ½!\ [A,[A,B]] + \dots$