

Kvantni spinski Hallov pojav

Seminar pri predmetu Fizika nanosistemov

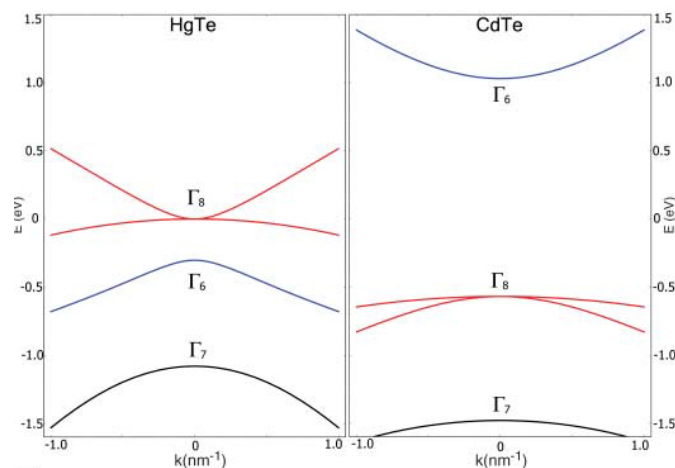
Ambrož Kregar

20. september 2012

1 Teoretično ozadje

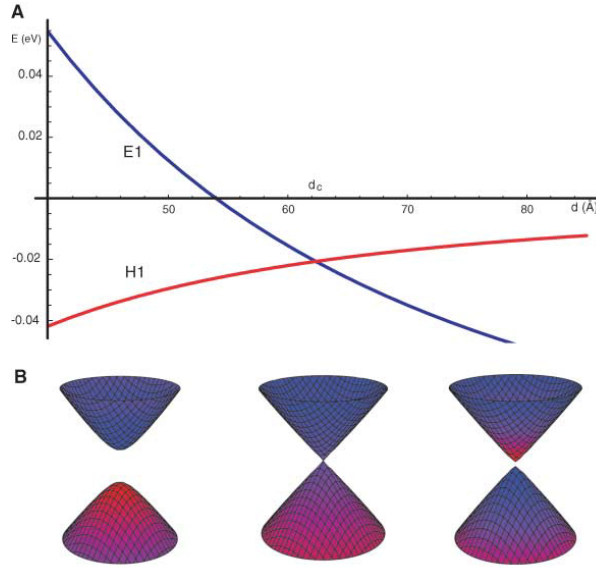
1.1 Sklopitev spin-tir v polprevodnikih

Sklopitev spin-tir v polprevodnikih je pojav, za katerega je značilno, da v hamiltonianu nastopajo členi, ki vsebujejo produkte komponent spina in gibalne količine elektrona. Sklopitev lahko pojasnimo z relativističnimi efekti, ko elektron kristalno električno polje, v katerem se giblje, "vidi" kot magnetno polje, ki se prek Zeemanovega člena sklopi s spinom elektrona. Natančna izpeljava oblike sklopitve je dokaj zahtevna in presega nivo tega seminarja, zato si oglejmo le nekaj najizrazitejših tipov sklopitve. Dresselhausova



Slika 1: Energijski pasovi v HgTe in CdTe. [1]

sklopitev se pojavi v polprevodnikih brez centra inverzije, kakršna sta na primer GaAs in InAs. Sklopitev se v takšnem primeru pojavi že v razsežnem vzorcu polprevodnika. Drugi pogost tip sklopitve je Rashbova sklopitev. Ta je posledica strukturne inverzijske asimetrije. Takšno situacijo najdemo v stikih dveh polprevodnikov v polprevodniških heterostrukturah, saj je efektivni potencial, v katerem se giblje elektron, asimetričen glede na normalo stika polprevodnikov [2].



Slika 2: **A)** Spreminjanje energije dna/vrha pasu vrzeli (rdeče) in elektronov (modro) v sredini kanala HgTe v odvisnosti od širine kanala. **B)** Spreminjanje oblike disperzije elektronov in vrzeli. [1]

1.2 Pasovna struktura v prisotnosti sklopitve spin-tir

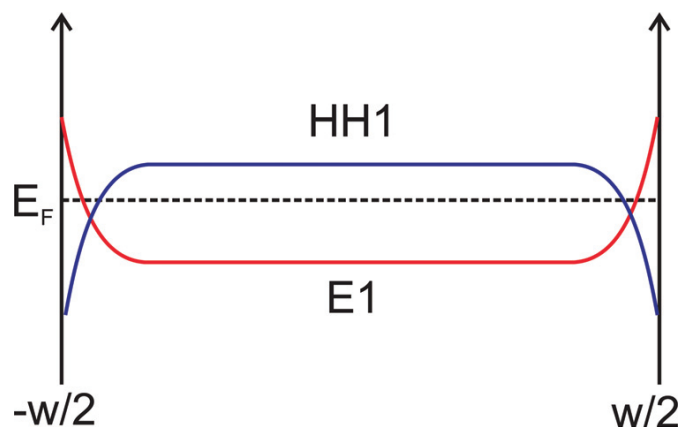
Sklopitev spin-tir povzroči, da spin \vec{S} in tirna vrtilna količina elektrona \vec{L} nista več hkrati dobri kvantni števili, ampak ju nadomestimo s celotno vrtilno količino $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. To privede do posebne strukture elektronskih pasov, v kateri ločimo v valenčnem pasu pasove lahkih vrzeli (LH) z $J = 1/2$, težkih vrzeli (HH) z $J = 3/2$ in odcepljenih vrzeli. Običajno ima najnižjo energijo pas odcepljenih vrzeli, ki ga opišemo s simetrijo Γ_7 , nad njim ležita pasova lahkih in težkih vrzeli, ki sta pri $k = 0$ degenerirana, opišemo pa ju s simetrijo Γ_8 . Nad njimi leži pas prevodnih elektronov s simetijo Γ_6 [1, 2].

V nekaterih polprevodnikih, na primer v živosrebrem teluritu (HgTe), je situacija drugačna. Zaradi močne sklopitve spin-tir je pas Γ_8 dvignjen nad pas Γ_6 , kar vidimo na sliki 1. Kadmijev telurit (CdTe), ki ima običajno razporeditev pasov, je po strukturi močno podoben HgTe, kar nam omogoča, da z zamenjavo Hg ionov v HgTe z Cd ioni reguliramo premik energijskih pasov, medtem ko struktura materiala ostane bolj ali manj enaka [1].

1.3 Stik HgTe in HgCdTe

Zanimivo si je ogledati, kaj se zgodi, če v tanki plasti HgCdTe ali CdTe del materiala odstranimo in ga nadomestimo s kanalom iz čistega HgTe širine d . V CdTe ostane pasovna struktura bolj ali manj nespremenjena, dogajanje znotraj HgTe pa je odvisno od širine kanala. V primeru, ko je kanal ozek, je valovna funkcija elektronov približno enaka kot v CdTe, torej z normalnim vrstnim redom elektronskih pasov. Ko kanal širimo, vse bolj pridejo do izraza elektronske lastnosti HgTe, zato se vrzel med prevodnim in valenčnim

pasom manjša, pri neki širini kanala $d = d_c$ izgine, če pa širino še povečamo, pride v HgTe do obrnjene zasedenosti stanj. Slika 2 prikazuje numerično izračunano odvisnost energije pasov vrzeli in elektronov pri $k = 0$ v sredini kanala, ko spreminjamo širino le-tega. S spreminjanjem vrzeli med pasovoma se spreminja tudi oblika disperzije, ki pri ničelni vrzeli dobi obliko stožca, ki nam je boljše poznana iz teorije elektronskih pasov v grafenu [1, 3].



Slika 3: Energija pasov elektronov (E1) in vrzeli (HH1) pri $k = 0$ v odvisnosti od lege v kanalu HgTe. [3]

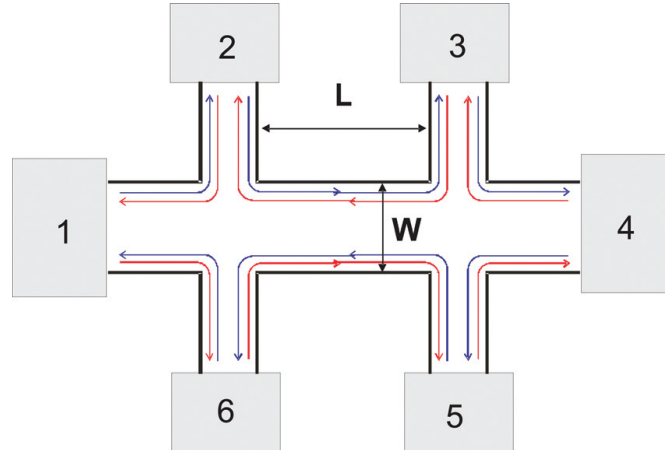
V kanalu, katerega širina presega d_c , je HgTe v osrednjem delu v svojem normalnem stanju, torej z obrnjeno konfiguracijo pasov. V bližini obeh stikov s CdTe pride do topološkega faznega prehoda, pri katerem se legi pasov zamenjata, kar prikazuje slika 3. Vrzeli med pasovoma vrzeli in elektronov v HgTe znaša približno 300 meV, zato je v primeru, ko kemični potencial leži znotraj vrzeli, osrednji del kanala dober izolator tudi pri sobni temperaturi. Prevajanje skozi takšno strukturo bo torej lahko potekalo zgolj ob robovih, kjer se pasova sekata [1, 3].

Netrivialni izračuni [1, 4] pokažejo, da prevodna kanala ne prevajata simetrično v obeh smereh za različni stanji spina. Izkaže se, da vsak kanal prevaja eno komponento spina le v eni, drugo pa v drugi smeri. Sipanje med različnima spinskima stanjema v istem prevodnem kanalu je v odsotnosti magnetnega polja onemogočeno zaradi simetrije na obrat časa, sipanje med istima spinskima stanjema v kanalih na nasprotnih straneh HgTe pa je onemogočeno zaradi prostorske ločenosti valovnih funkcij, ki ju razmejuje širok pas izolativnega materiala. Imamo torej situacijo, ko je tok elektronov omejen na robove sistema in ločen v spinskih komponentah, kar imenujemo kvantni spinski Hallov pojav (QSHE) [1].

2 Eksperiment: prevodnost 6-terminalne Hallove ploščice iz HgTe

2.1 Opis eksperimenta

Leta 2011 je Hartmut Buhmann opravil eksperiment, ki potrjuje pravilnost teorije QSHE, opisane v prejšnjem poglavju [3]. Eksperiment je zasnovan kot 4-točkovna meritev na 6-terminalni Hallovi sondi, shematično prikazani na sliki 4. Izdelana je kot tanka plast



Slika 4: Shematski prikaz prevodnih kanalov v 6-terminalni Hallovi ploščici. [3]

HgTe, okrog katere je nanešena plast HgCdTe. V takšni konfiguraciji pričakujemo nastanek prevodnih kanalov v HgTe ob stikih s HgCdTe, ki so prikazani na sliki 4. Modra barva puščic predstavlja eno, rdeča pa drugo komponento spina, ki se ob robovih lahko gibljeta le vsaka v svojo smer. Na površino ploščice je pritrjena "gate" elektroda, s pomočjo katere lahko reguliramo kemični potencial oziroma zasedenost elektronskih stanj v sistemu.

Eksperiment poteka kot istočasna meritev padca napetosti med izbranim parom sond in električnega toka med drugim parom. Pričakovane rezultate meritve, v primeru, da velja teoretično napovedan transportni režim, lahko napovemo s pomočjo Landauer-Bütikerjevega formalizma [5].

2.2 Izpeljava prevodnosti

Vzorec, uporabljen v eksperimentu, je primerljive velikosti s povprečno prosto potjo elektrona v HgTe, zato lahko sipanje elektronov v prevodnih kanalih zanemarimo in jim pripišemo transmitivnost 1. Iz slike 4 vidimo, da prevodni pasovi povezujejo le sosednje kontakte na sondi, kar nam da za tokove med njimi izraz

$$I_i = \frac{e}{h} \sum_{i \neq j,s} T_{ij,s} (\mu_i - \mu_j), \quad (1)$$

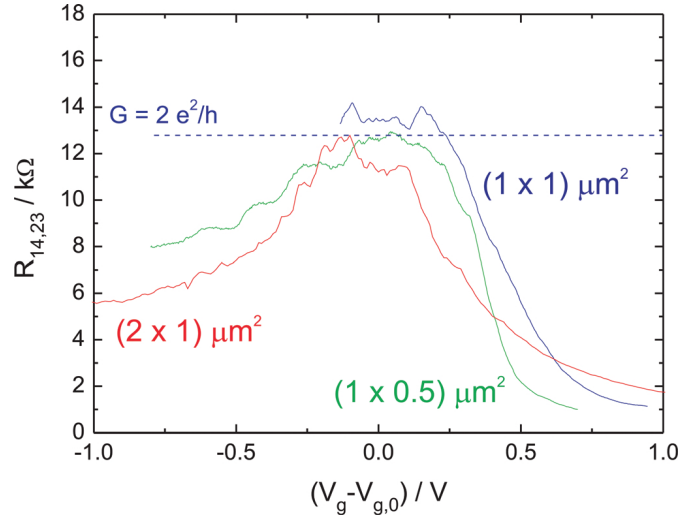
kjer I_i označuje tok v i -ti kontakt, μ_i potencial i -tega kontakta, $T_{ij,s}$ pa je matrika transmisivnosti za spinsko komponento $s \in \{\uparrow, \downarrow\}$:

$$T_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad T_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

V opisanem eksperimentu pri meritvi ne moremo ločiti spinskih komponent, zato lahko v nadaljevanju operiramo z matriko $T = T_{\uparrow} + T_{\downarrow}$. Za izpeljavo prevodnosti med kontakti je ugodneje definirati matriko prevodnosti G ,

$$G_{ij} = -\frac{e^2}{h} T_{ij}, \quad \text{če } i \neq j; \quad (3)$$

$$G_{ii} = \frac{e^2}{h} \sum_{j \neq i} T_{ij} \quad (4)$$



Slika 5: Prevodnost $R_{14,23}$ v odvisnosti od napetosti V_g na "gate" elektrodi. Različne barve črt pomenijo različne dimenzije L in W Hallove sonde, uporabljene v eksperimentu. [3]

Potem velja

$$I_i = \sum_j G_{ij} V_j, \quad (5)$$

kjer je V_j napetost na j -tem kontaktu, definirana kot $\mu_j = eV_j$. Zakon o ohranitvi toka in dejstvo, da je potencial nedoločen do aditivne konstante natančno, nam omogočata, da eno vrstico in en stolpec matrike G opustimo [5]. Tako predelano matriko invertiramo in dobimo izraz

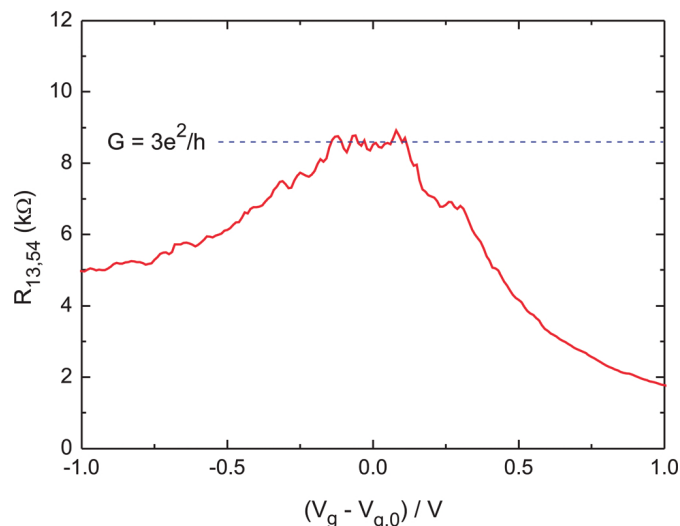
$$V_i = \sum_j R_{ij} I_j, \quad (6)$$

kjer je $R = G^{-1}$ ter indeksa i in j tečeta le še od 1 do 5.

Pri 4-točkovni meritvi vedno navedemo, med katerima kontaktoma smo merili padec napetosti in med katerima kontaktoma tok. Izraz $R_{ij,kl}$ pomeni razmerje med tokom med kontaktoma i in j ter padcem napetosti med kontaktoma k in l . Vrednost izračunamo kot [5]

$$R_{ij,kl} = \left(\frac{V_l - V_k}{I_j} \right)_{\substack{I_i = -I_j \\ I_m = 0 \text{ če } m \neq i,j}}, \quad (7)$$

kjer V_l in V_k izrazimo iz enačbe (6) pri upoštevanju danih pogojev za tokove.



Slika 6: Prevodnost $R_{13,54}$ v odvisnosti od napetosti V_g na "gate" elektrodi. [3]

V članku [3], ki opisuje eksperiment, so predstavljeni rezultati meritev upornosti $R_{14,23}$ in $R_{13,54}$. Če ju izračunamo po enačbi (7), dobimo vrednosti

$$R_{14,23} = \frac{1}{2} \frac{h}{e^2} \quad (8a)$$

$$R_{13,54} = \frac{1}{3} \frac{h}{e^2} \quad (8b)$$

2.3 Rezultati

Sliki 5 in 6 prikazujeta grafe izmerjene vrednosti navedenih upornosti v odvisnosti od napetosti V_g na "gate" elektrodi, s katero spreminjamo kemični potencial v Hallovi sondi. V določenem območju napetosti V_g se izmerjena upornost točno ujema z izračunano vrednostjo. To se zgodi takrat, ko kemični potencial leži znotraj vrzeli v HgTe, zaradi česar je le-ta v izolatorskem režimu in se torej elektroni, ki potujejo po enem in drugem prevodnem kanalu, med seboj ne morejo sipati. V tem območju govorimo QSHE. Če napetost V_g zadosti povečamo ali zmanjšamo, s tem povzročimo nastanek mobilnih elektronov ali vrzeli v HgTe. Tedaj začne prevajati celotni profil HgTe in upornost se zaradi tega zmanjša. Območje napetosti V_g , pri kateri je vzorec v režimu QSHE, je široko približno

300 meV, kar je enako širini vrzeli med pasom elektronov in vrzeli v HgTe in je popolnoma v skladu s teoretično razlago pojava.

Eksperiment je bil izveden pri različnih dimenzijah W in L Hallove sonde (glej sliko 4), kar prikazuje slika 5. Z grafa je razvidno, da je maksimalna izmerjena upornost neodvisna od dimenzije vzorca, iz česar lahko sklepamo, da tok resnično teče le po prevodnih kanalih na stikih materialov, ki so neodvisni od velikosti sistema.

Literatura

- [1] B. Andrei Bernevig, Taylor L. Hughes, and Shou-Cheng Zhang. Quantum spin hall effect and topological phase transition in hgte quantum wells. *Science*, 314(5806):1757–1761, 2006.
- [2] Roland Winkler. *Spin-orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems (Springer Tracts in Modern Physics)*. Springer, December 2003.
- [3] Hartmut Buhmann. The quantum spin hall effect. *Journal of Applied Physics*, 109(10):102409, 2011.
- [4] Xiao-Liang Qi, Yong-Shi Wu, and Shou-Cheng Zhang. General theorem relating the bulk topological number to edge states in two-dimensional insulators. *Phys. Rev. B*, 74:045125, Jul 2006.
- [5] Supriyo Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems (Cambridge Studies in Semiconductor Physics and Microelectronic Engineering)*. Cambridge University Press, May 1997.